

St3 – RÉGRESSION LINÉAIRE

TI-82 Stats – TI-83 Plus – TI-84 Plus

Mots-clés : régression linéaire, nuage, point moyen.

1. Objectifs

Introduire la régression linéaire par la méthode des moindres carrés.

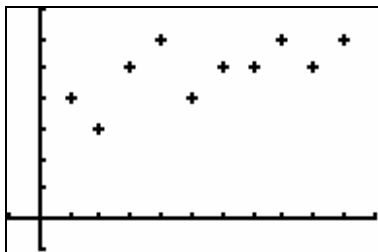
2. Scénario de cours et commentaires

1) Introduction

La fiche élève est réalisée à la maison. Le professeur prépare sa machine.

2) La « meilleure » droite

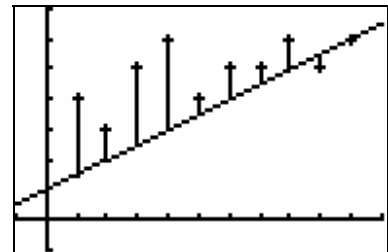
On présente le nuage sans le point moyen (écran 1). On demande à un élève son résultat : on entre le coefficient directeur A et l'ordonnée à l'origine B et on exécute le programme DESSIN (écrans 2 et 3).



écran 1

```
0.5→A
1→B
PRGMDESSIN
```

écran 2



écran 3

3) Les moindres carrés

On fait calculer la somme des carrés de toutes les longueurs des segments. La « meilleure » droite sera celle pour laquelle cette somme sera minimale. D'où son nom : droite des moindres carrés. Il reste à déterminer son coefficient directeur a et son ordonnée à l'origine b .

4) Détermination de b

On complète le dessin en plaçant le point moyen.

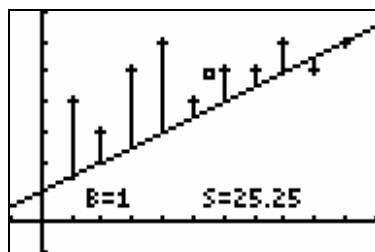
a ne changeant pas, on va faire varier b (on peut répéter l'opération pour différentes valeurs de a).

On exécute le programme MCB avec diverses valeurs de B (écrans 4 à 6), en essayant de minimiser la somme.

Remarque : la valeur 1515 correspond à l'arrêt du programme.

```
PRGM MCB
B=?1
```

écran 4



écran 5

```
PRGM MCB
B=?1
B=?2
B=?2.1
B=?2.15
B=?1515
Fait
```

écran 6

5) Conclusion

On constate que la somme semble minimale lorsque la droite passe par le point moyen.

On peut l'admettre ou le justifier sur l'exemple ou encore le démontrer dans le cas général.

6) Trouver a

On peut vérifier qu'il existe une valeur minimale avec le programme MCA, mais aucun élément intéressant concernant le mode de calcul ne peut être mis en évidence.

7) Extension

Cette méthode où un nuage de points est approximé par un polynôme de degré 1 peut se généraliser à un polynôme de degré n (n étant inférieur ou égal au nombre de points).

3. Préparation de la machine

Entre parenthèses figurent les renvois aux différentes étapes du scénario précédent.

1) Les données (1 et 2)

On entre les données : valeurs des x_i dans L1 et valeurs des y_i dans L2 (STAT 1 : Edit).

On définit le repère : WINDOW (écran 7), puis le graphique STAT Plot (écran 8).

On définit, dans la mémoire de fonctions (Y=), la fonction affine par $Y_1 = A X + B$ et on écrit le programme DESSIN (touche PRGM, écran 9).

```
FENETRE
Xmin=-1
Xmax=11
Xgrad=1
Ymin=-1
Ymax=7
Ygrad=1
Xres=1
```

écran 7

```
Graph1 Graph2 Graph3
Aff NAff
Type: [ZOOM] [ZOOM] [ZOOM]
ListeX:L1
ListeY:L2
Marque: [ ] [ ] [ ]
```

écran 8

```
PROGRAM:DESSIN
:For(I,1,dim(L1)
:)
:Ligne(L1(I),L2(
I),L1(I),Y1(L1(I
)))
:End
```

écran 9

2) Détermination de b (4)

Calculer d'abord les coordonnées du point moyen : STAT CALC 2 : 2-Vars Stats.

On complète les listes en écrivant dans l'écran de calcul : $\bar{x} \rightarrow L_3(1)$ ENTER et $\bar{y} \rightarrow L_4(1)$ ENTER.

On définit le graphique (écran 10).

Remarque : pour l'étape 2 du scénario, invalider (NAff ou Off) le Graph 2. Le rétablir pour l'étape 4.

On définit la liste L5 dans STAT 1 : Edit par $L_5 = (L_2 - Y_1(L_1))^2$.

On écrit le programme MCB, "Moindre Carré trouver B" : PRGM New (écran 11).

Remarque : 1515 est une valeur arbitraire pour arrêter le programme.

```
Graph1 Graph2 Graph3
NAff
Type: [ZOOM] [ZOOM] [ZOOM]
ListeX:L3
ListeY:L4
Marque: [ ] [ ] [ ]
```

écran 10

```
PROGRAM:MCB
:Prompt B
:While B≠1515
:EffDessin
:PRGMDESSIN
:Texte(45,20,"B="
,B)
:Texte(45,50,"S="
```

écran 11

```
PROGRAM:MCB
:Texte(45,20,"B="
,B)
:Texte(45,50,"S="
,somme(L5))
:Pause
:Prompt B
:End
```

écran 12

3) Détermination de a (6)

On modifie d'abord la fonction, dans la mémoire de fonctions (Y=) : $Y_1 = A (X - \bar{x}) + \bar{y}$.

On crée un nouveau programme (PRGM New) intitulé MCA. On commence par rappeler le libellé du programme MCB : 2nd [RCL] PRGM EXEC MCB. Dans le programme MCB ainsi appelé, on remplace partout B par A.

Nom : Classe :

St3 – RÉGRESSION LINÉAIRE

On donne la série statistique double :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	4	3	5	6	4	5	5	6	5	6

À chaque couple correspond un point $M_i(x_i ; y_i)$ du plan.

- Placer les points M_i sur le graphique ci-dessous.
- On va essayer d’« approximer » ce nuage de points par une droite, en s’efforçant de choisir la meilleure droite possible : tracer, sur le graphique, une droite passant aussi près que possible des points de ce nuage.
- Lire sur le dessin l’équation réduite de cette droite.
- Calculer les coordonnées du point moyen de la série et le placer sur le graphique.

