

Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: A poner la trampa

En el episodio de *NUMB3RS* titulado "Provenance" alguien ha robado un cuadro famoso del artista Camille Pissarro que estaba en una galería en Los Ángeles. Por ser tan conocido, hay un número limitado de lugares adónde el cuadro pudo ser enviado. Charlie genera un "Modelo de probabilidades de difusión en red" para estar atento a las posibles rutas que pudo seguir el cuadro. Luego, crea una **planilla de probabilidades** de 18×18 para determinar los escondites más probables del cuadro. En esta actividad aprenderás a generar una planilla de probabilidades y a usarla para calcular los escondites más probables.

Creación de una planilla de probabilidades

Comienza esta actividad mirando el robo desde el punto de vista del ladrón. Supón que el Pissarro es custodiado por un guardia de seguridad. Este guardia puede estar en alguno de los cuatro puestos (*A*, *B*, *C*, *D*) que ves en la Figura 1. Las rectas que unen los puestos representan los pasillos que puede recorrer el guardia de seguridad al ir de un puesto a otro. Nota que puede ir del puesto *A* al puesto *B* por una ruta directa, pero no hay ruta directa del puesto *A* al puesto *D*. Supongamos que el guardia de seguridad decide al azar o bien quedarse en un puesto directo bien ir a un puesto conectado y supongamos también que las dos opciones son igualmente probables. Si el ladrón sabe cuáles son los puestos que más probablemente visitará el guardia, puede planear el robo con menor posibilidad de ser aprehendido.

1. ¿Qué puesto en el mapa a la derecha visitará más probablemente el guardia?
Explica tu razonamiento.

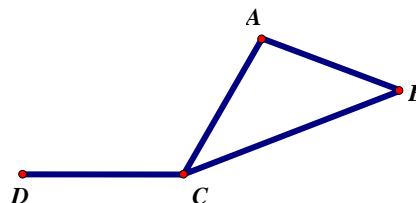


Figura 1: Puestos de guardia

2. Si el guardia de seguridad está ahora en el puesto *A*, ¿qué puestos puede visitar enseguida?
3. Determina las probabilidades de que el guardia visite cada puesto si está ahora en el puesto *A*.
 - a. $P(\text{se queda en el puesto } A)$
 - b. $P(\text{pasa enseguida al puesto } B)$
 - c. $P(\text{pasa enseguida al puesto } C)$
 - d. $P(\text{pasa enseguida al puesto } D)$

4. La planilla de probabilidades a la derecha muestra las probabilidades de que el guardia visite cierto puesto cuando empieza en cierto puesto. La tercera fila de la planilla muestra las probabilidades de que el guardia visite enseguida cada uno de los cuatro puestos, dado que ahora se encuentra en el puesto C. Hay 4 opciones: puede ir al puesto A, B o D, o puede quedarse en el puesto C. Se supone que las opciones son igualmente probables, así que las probabilidades de cada una son $\frac{1}{4}$.

Columnas
 Siguiente puesto visitado

Filas
 Puesto de partida

	A	B	C	D
A	—	—	—	—
B	—	—	—	—
C	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
D	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Explica las probabilidades para la fila D. Luego completa los espacios en blanco.

5. Una propiedad importante de una planilla de probabilidades es que las filas suman 1. Explica por qué esta propiedad es cierta.

En busca del escondite más probable

Supongamos que Don determina que el Pissarro robado está escondido en una de las tres bodegas de la Figura 2. Supongamos que el ladrón, al azar, considera pasar el cuadro de una bodega a otra todos los días para que no lo encuentren. El ladrón puede pasar el cuadro de una bodega a otra solamente si están conectadas por una recta en la gráfica. También podría simplemente dejar el cuadro en la bodega ese día. La planilla de probabilidades de la Figura 3 corresponde a la gráfica de la Figura 2.

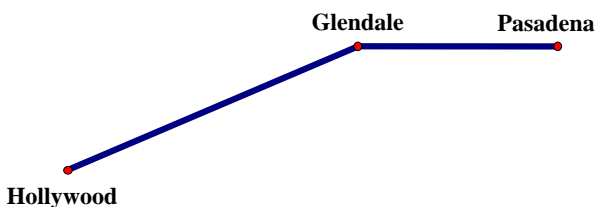


Figura 2: Pissarro escondido

	H	G	P
H	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
G	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
P	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

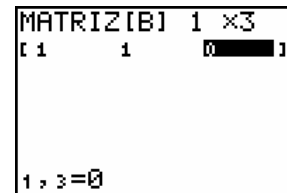
Figura 3: Planilla de probabilidades

6. ¿Qué bodega (H, G o P) será el lugar más probable para hallar el Pissarro robado?

Para hallar el escondite más probable, introduce la planilla de probabilidades en tu calculadora graficadora. Oprime $\boxed{2\text{nd}}$ [MATRIX], ve al menú de **EDIT** y escoge **1:[A]**. Teclea las entradas de la planilla como ves a la derecha. Nota que la calculadora convierte fracciones en decimales cuando oprimes $\boxed{\text{ENTER}}$.

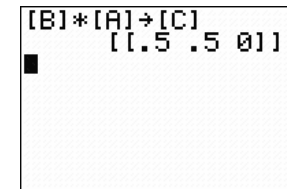


Supón que el ladrón escondió el cuadro inicialmente en la bodega *H*. Se puede crear la planilla *B* para representar esta situación. Hay un '1' en la primera columna porque sabemos que el cuadro está en la bodega *H*. La segunda columna en la planilla *B* es 0, y representa la probabilidad de que el cuadro esté en la bodega *G*. La tercera columna también es 0. Nota que la suma de la fila en esta planilla es 1.

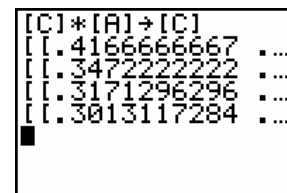


Usa tu calculadora para multiplicar la planilla *B* y la planilla *A*, y guarda el resultado como planilla *C*.

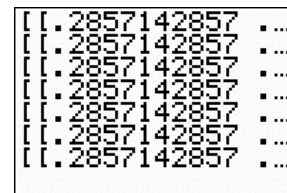
- Explica qué te dice la planilla *C* sobre la ubicación del cuadro después del primer día en que pudo ser trasladado. Explica por qué la suma de la fila en esta planilla es 1.



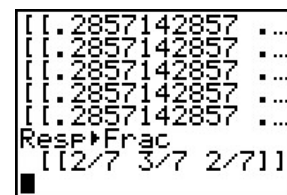
Ahora multiplica la planilla *C* y la planilla *A* como ves en la derecha y guarda el resultado como planilla *C*. Esta planilla *C* nueva describe las probabilidades de los diversos escondites después del día 2. Este proceso de iteración puede continuar cada vez que oprimes $\boxed{\text{ENTER}}$.



- Sigue oprimiendo $\boxed{\text{ENTER}}$ hasta que empiece a aparecer un patrón. Explica lo que ves. ¿Por qué crees que está sucediendo esto?

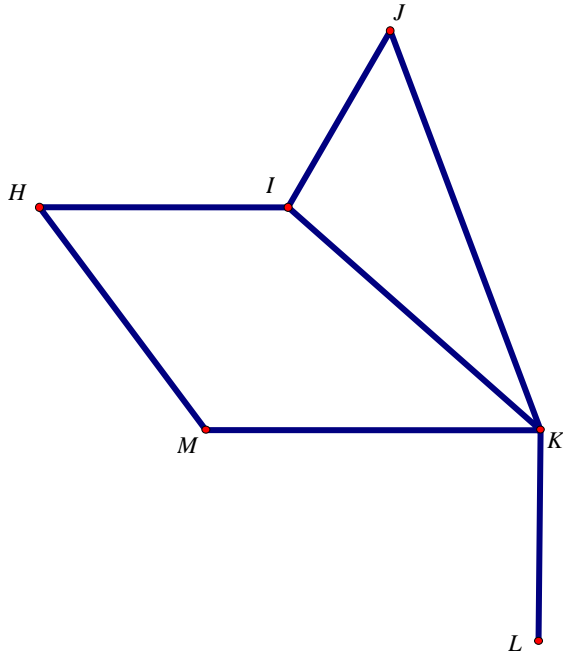


- Si escoges **1:→Frac** bajo el menú $\boxed{\text{MATH}}$ puedes ver la **planilla de estado estable** representada por fracciones. Explica lo que representa cada fracción. Según este resultado, ¿cuál es la bodega donde más probablemente estará el cuadro robado?



A poner la trampa

El ladrón escondió el cuadro de Pissarro en una de las bodegas representadas como vértices en la gráfica de abajo. Supón que el ladrón ha estado trasladando el cuadro al azar y que solamente puede pasarlo entre las bodegas que están conectadas por una recta.



10. Si tú fueses Don y solamente pudieras escoger una bodega, ¿cuál escogerías? Explica por qué.

11. Genera una planilla de probabilidades que represente esta situación y úsala para determinar una planilla de estado estable. Usa esta última para determinar el escondite más probable del Pissarro.

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Planillas de probabilidades

- Para una introducción a las planillas de probabilidad y un ejemplo explicado paso a paso, visita <http://mathforum.org/library/drmath/view/52192.html>.
- Hay una introducción a una planilla de probabilidades especial llamada planilla de "Cambio de marcas" ("Brand-Switching") en <http://mathforum.org/library/drmath/view/54265.html>.
- La planilla de estado estable en la pregunta 9 de esta actividad se determinó mediante iteración y permitió resolver el problema presentado en la pregunta 6. Intenta hallar la misma solución que encontraste para la pregunta 9 resolviendo el sistema lineal de ecuaciones generado por el siguiente problema de multiplicación de planillas. Una de tus ecuaciones debe enunciar que la suma de a , b y c es igual a 1.

$$[a \ b \ c] \times \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = [a \ b \ c]$$

Explica por qué funciona este método.

- Quizá hayas notado que el vértice conectado al mayor número de rectas era el escondite más probable del Pissarro. Genera algunos mapas propios e intenta determinar si esta aseveración siempre es cierta.
- Halla la planilla de estado estable que corresponda al problema del guardia de seguridad presentado en las preguntas 1 a 5.
- Una suposición en la pregunta anterior es que todas las opciones para el siguiente puesto visitado son igualmente probables. Supón que las opciones para el puesto siguiente no son igualmente probables. Intenta hallar una planilla de probabilidades con una solución de estado estable que daría una solución diferente de aquella de la pregunta anterior. Recuerda que las sumas de las filas en la planilla de probabilidades tienen que ser iguales a 1.