

## signal

### Etude d'un signal périodique

**Calculatrices :** 89 92 92+ V200

**Niveaux :** Tale S Sup

**Descriptif :** Groupe de programmes - Permet d'étudier un signal périodique :

- Représentation graphique de sa reconstitution pour un nombre d'harmoniques défini
- Représentation graphique de son spectre d'amplitude

**Mots-clefs :** signal, harmoniques, spectre

**Auteur :** Jean-Louis Balas

**Date de dernière révision :** Septembre 2002

#### Présentation :

Il s'agit d'un ensemble composé d'un programme, *sig1*, et d'une fonction nommée *fourier* :

- Le programme *sig1* permet d'étudier complètement un signal périodique, jusqu'au tracé de sa reconstitution pour un nombre d'harmoniques défini, mais aussi de représenter le spectre d'amplitude de ce signal.
- La fonction *fourier* permet d'obtenir l'écriture du polynôme de Fourier pour un nombre d'harmoniques spécifié.

#### Mode d'emploi :

##### **Exécution du programme *sig1* :**

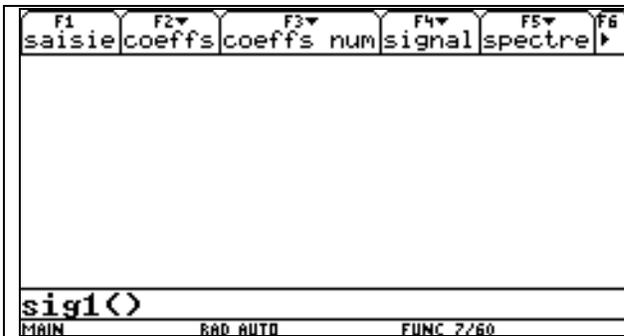
Il suffit de l'appeler en tapant `sig1()`. Alors vous disposerez de menus qui vous permettront de procéder étape par étape à l'étude du signal.

Ces étapes doivent être effectuées dans l'ordre donné par les menus :

- F1 : saisie des caractéristiques du signal
- F2 : calcul formel des coefficients de Fourier  $a_n$  et  $b_n$
- F3 : une fois le nombre d'harmoniques défini, calcul numérique des coefficients  $a_n$  et  $b_n$
- F4 : représentation graphique de la reconstitution du signal
- F5 : représentation graphique du spectre d'amplitude du signal

Exemple : étude de  $f(x)=x$  de période 2

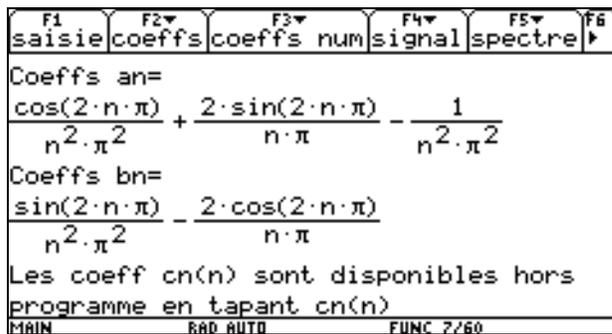
Après avoir lancé le programme nous obtenons :



En pressant [F1], on saisit l'expression du signal :



Par [F2], on calcule les coefficients du polynôme de Fourier sous forme formelle (si possible) :



Par [F3], on calcule les harmonique sous forme numérique :

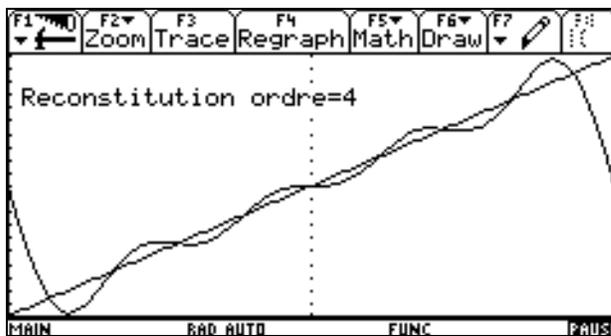
```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
saisie coeffs coeffs num signal spectre
4
coeff an=
(2 0 0 0 0)
coeff bn=
{ 0 -2/π -1/π -2/(3·π) -1/(2·π) }
Polynome de Fourier
-sin(4·π·x) - 2·sin(3·π·x) - sin(2·π·x)
2·π 3·π π
MAIN BAD AUTO FUNC 2/60

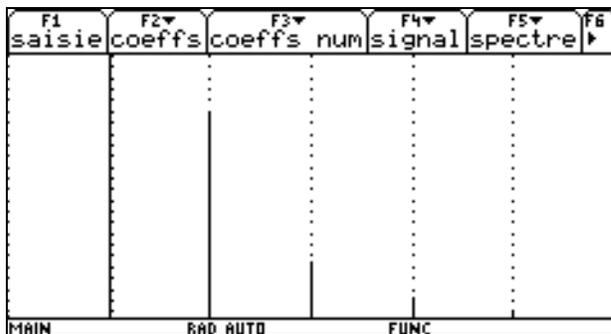
```

Attention, ces calculs sont indispensables à la reconstitution graphique du signal.

Par [F4], on reconstitue le signal :



Puis en pressant [F5], on obtient le spectre d'amplitude du signal :



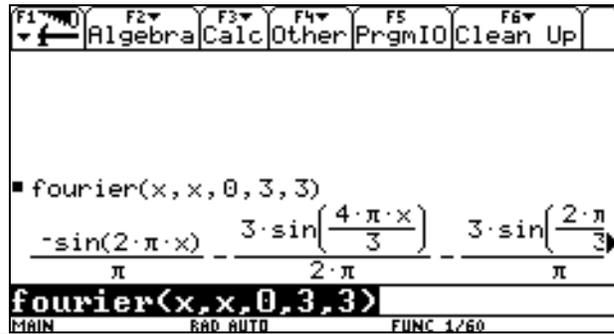
**Exécution de la fonction *fourier* :**

Il suffit de taper `fourier(f,x,a,b,r)`, avec :

- f le signal à étudier
- x la variable
- a la borne inférieure
- b la borne supérieure
- r le rang

Note : b-a est la période du signal

Exemple : signal défini par  $f(x)=x$ , de période 3 sur  $[0;3]$



### Sources :

Versi on 89

```

Si g1 ( )
Prgm
NewProb
setMode("Display Digits","FIX 2")
setMode("Pretty Print","ON")
setMode("Graph","FUNCTION")
Local s,g_(x)
Ø→s:Ø→g_(x)
setMode("Exact/Approx","AUTO")
ClrIO
ClrHome
Lbl debut
ClrGraph
ClrDraw
Toolbar
Title "saisie",sa
Title "coeffs"
Item "Valeur moyenne",ao
Item "Coefficients",na
Title "coeffs num"
Item "coeff",tn
Item "Energie moyenne",en
Title "signal"
Item "signal + polynome",re
Item "reconst sur 3T",po
Title "spectre"
Item "graph",gr
Item "valeurs",ta
Title "FIN"
Item "fin",fin
Item "A propos",ap
EndTBar
Goto debut
Lbl sa

```

```

Dialog
Text "définition de f"
Request "f",f
Request "Période",p
Request "xmin",h
Request "ymin",q
Request "ymax",r
DropDown "parité :",{"paire","impaire","rien"},c
EndDlog
expr(f)→f:expr(p)→p:expr(q)→ymin:expr(r)→ymax:expr(h)→xmin
1/p*f(f,x,0,p)→a0
Goto debut
Lb1 ao
Disp "Valeur moyenne a0=",a0
Goto debut
Lb1 na
If c=1 Then
4/p*f(f*cos(2*pi*n*x/p),x,0,p/2)→an(n)
Disp "Coeff an=",an(n)
Disp "Coeff bn=",0
ElseIf c=2 Then
4/p*f(f*sin(2*pi*n*x/p),x,0,p/2)→bn(n)
Disp "Coeffs an=",0
Disp "Coeffs bn=",bn(n)
Else
2/p*f(f*cos(2*pi*n*x/p),x,0,p)→an(n)
2/p*f(f*sin(2*pi*n*x/p),x,0,p)→bn(n)
1/p*f(f*e^(i*2*pi*n/p*x),x,0,p)→cn(n)
Disp "Coeffs an=",an(n)
Disp "Coeffs bn=",bn(n)
Disp "Les coeff cn(n) sont disponibles hors"
Disp "programme en tapant cn(n)"
EndIf
Goto debut
Lb1 tn
ClrIO
DelVar l
Input "NOMBRE DE COEFF n=?",j
If c=1 Then
seq(an(n),n,1,j)→l
seq(0,k,0,j)→ll
a0+Σ(an(n)*cos(2*pi*n*x/p),n,1,j)→s
Disp "coeff an=",l
Disp "Polynome de Fourier",s
ElseIf c=2 Then
seq(bn(n),n,1,j)→l
a0+Σ(bn(n)*sin(2*pi*n*x/p),n,1,j)→s
seq(0,k,0,j)→ll
Disp "coeff bn=",l
Disp "Polynome de Fourier",s
Else
seq(2/p*f(f*cos(2*pi*k*x/p),x,0,p),k,0,j)→l
seq(2/p*f(f*sin(2*pi*k*x/p),x,0,p),k,0,j)→ll
a0+Σ(an(n)*cos(2*pi*n*x/p)+bn(n)*sin(2*pi*n*x/p),n,1,j)→s
Disp "coeff an=",l

```

```

Disp "coeff bn=",l1
Disp "Polynome de Fourier",s
EndIf
Goto debut
Lb1 en
If c=1 Then
1/2*sum(l^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
ElseIf c=2 Then
1/2*sum(l^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
Else
1/2*sum(l^2+l1^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
EndIf
ClrGraph
ClrDraw
Pause
Goto debut
Lb1 re
p→xmax
f→g_(x)
Px1Text "Reconst ordre="&string(j),5,5
DrawFunc f
DrawFunc s
Pause
Goto debut
Lb1 po
3*p→xmax
f→g_(x)
DrawFunc s
Pause
Goto debut
Lb1 gr
ClrIO
FnOff
√(l^2+l1^2)→16
seq(i,i,0,j)→15
NewData d3,15,16
-1→xmin:j+1→xmax:min(16)→ymin:max(16)+.5→ymax
FnOff
ClrDraw
For i,1,j
Line i,0,i,16[i]
EndFor
DispG
Goto debut
Lb1 ta
ClrIO
Disp "AMPLITUDE DES RAIES"
Disp "Harmoniques",15
Disp "Amplitude",16
Goto debut
Lb1 ap
ClrIO
Disp "J-L BALAS"

```

```

Disp "Formateur T3 Europe"
Disp "jlbalas@club-internet.fr"
Disp "Professeur de Maths-Sciences"
Disp "Lycée Maryse Bastié"
Disp "LIMOGES"
Goto debut
Lbl fin
EndPrgm

Fourier (f,x,a,b,n)
Func
Local a0,p,an,bn,s
0→a0:0→p:0→an:0→bn:0→s
b-a→p
1/p*∫(f,x,0,p)→a0
2/p*∫(f*cos(2*π*n*x/p),x,0,p)→an
2/p*∫(f*sin(2*π*n*x/p),x,0,p)→bn
a0+Σ(an*cos(2*π*n*x/p)+bn*sin(2*π*n*x/p),n,1,j)→s
s
EndFunc

Version 92, 92+ et V200

Sig1 ()
Prgm
NewProb
setMode("Display Digits","FIX 2")
setMode("Pretty Print","ON")
setMode("Graph","FUNCTION")
Local s,g_(x)
0→s:0→g_(x)
setMode("Exact/Approx","AUTO")
ClrIO
ClrHome
Lbl debut
ClrGraph
ClrDraw
Toolbar
Title "saisie",sa
Title "coeffs"
Item "Valeur moyenne",ao
Item "Coefficients",na
Title "coeffs num"
Item "coeff",tn
Item "Energie moyenne",en
Title "signal"
Item "signal + polynome",re
Item "reconstitution sur 3T",po
Title "spectre"
Item "graph",gr
Item "valeurs",ta
Title "FIN"
Item "fin",fin
Item "A propos",ap
EndTBar

```

```

Goto debut
Lbl sa
Dialog
Text "définition de f"
Request "f",f
Request "Période",p
Request "xmin",h
Request "ymin",q
Request "ymax",r
DropDown "parité :",{"paire","impaire","rien"},c
EndDlog
expr(f)→f:expr(p)→p:expr(q)→ymin:expr(r)→ymax:expr(h)→xmin
1/p*f(f,x,Ø,p)→aØ
Goto debut
Lbl ao
Disp "Valeur moyenne aØ=",aØ
Goto debut
Lbl na
If c=1 Then
4/p*f(f*cos(2*π*n*x/p),x,Ø,p/2)→an(n)
Disp "Coeff an=",an(n)
Disp "Coeff bn=",Ø
ElseIf c=2 Then
4/p*f(f*sin(2*π*n*x/p),x,Ø,p/2)→bn(n)
Disp "Coeffs an=",Ø
Disp "Coeffs bn=",bn(n)
Else
2/p*f(f*cos(2*π*n*x/p),x,Ø,p)→an(n)
2/p*f(f*sin(2*π*n*x/p),x,Ø,p)→bn(n)
1/p*f(f*e^(i*2*π*n/p*x),x,Ø,p)→cn(n)
Disp "Coeffs an=",an(n)
Disp "Coeffs bn=",bn(n)
Disp "Les coeff cn(n) sont disponibles hors"
Disp "programme en tapant cn(n)"
EndIf
Goto debut
Lbl tn
ClrIO
DelVar l
Input "NOMBRE DE COEFF n=?",j
If c=1 Then
seq(an(n),n,1,j)→l
seq(Ø,k,Ø,j)→l1
aØ+Σ(an(n)*cos(2*π*n*x/p),n,1,j)→s
Disp "coeff an=",l
Disp "Polynome de Fourier",s
ElseIf c=2 Then
seq(bn(n),n,1,j)→l
aØ+Σ(bn(n)*sin(2*π*n*x/p),n,1,j)→s
seq(Ø,k,Ø,j)→l1
Disp "coeff bn=",l
Disp "Polynome de Fourier",s
Else
seq(2/p*f(f*cos(2*π*k*x/p),x,Ø,p),k,Ø,j)→l
seq(2/p*f(f*sin(2*π*k*x/p),x,Ø,p),k,Ø,j)→l1

```

```

a0+Σ(an(n)*cos(2*π*n*x/p)+bn(n)*sin(2*π*n*x/p),n,1,j)→s
Disp "coeff an=",l
Disp "coeff bn=",l1
Disp "Polynome de Fourier",s
EndIf
Goto debut
Lb1 en
If c=1 Then
1/2*sum(l^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
ElseIf c=2 Then
1/2*sum(l^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
Else
1/2*sum(l^2+l1^2)→em
Disp "Energie du signal,Em=",em
EndIf
ClrGraph
ClrDraw
Pause
Goto debut
Lb1 re
p→xmax
f→g_(x)
Px1Text "Reconstitution ordre="&string(j),13,5
DrawFunc f
DrawFunc s
Pause
Goto debut
Lb1 po
3*p→xmax
f→g_(x)
DrawFunc s
Pause
Goto debut
Lb1 gr
ClrIO
FnOff
√(l^2+l1^2)→l6
seq(i,i,0,j)→l5
NewData d3,15,16
-1→xmin:j+1→xmax:min(16)→ymin:max(16)+0.5→ymax
FnOff
ClrDraw
For i,1,j
Line i,0,i,l6[i]
EndFor
DispG
Goto debut
Lb1 ta
ClrIO
Disp "AMPLITUDE DES RAIES"
Disp "Harmoniques",15
Disp "Amplitude",16
Goto debut
Lb1 ap

```

```

ClrIO
Disp "J-L BALAS"
Disp "Formateur T3 Europe"
Disp "jlbalas@club-internet.fr"
Disp "Professeur de Maths-Sciences"
Disp "Lycée Maryse Bastié"
Disp "LIMOGES"
Goto debut
Lbl fin
EndPrgm

Fourier (f,x,a,b,j)
Func
Local a0,p,an,bn,s
0→a0:0→p:0→an:0→bn:0→s
b-a→p
1/p*∫(f,x,0,p)→a0
2/p*∫(f*cos(2*π*n*x/p),x,0,p)→an
2/p*∫(f*sin(2*π*n*x/p),x,0,p)→bn
a0+Σ(an*cos(2*π*n*x/p)+bn*sin(2*π*n*x/p),n,1,j)→s
s
EndFunc

```