



Unité 3 : Débuter la programmation en Python

Compétence 1 : Fonctions et boucles

Dans cette première leçon de l'unité 3, vous allez mettre en œuvre vos connaissances en algorithmique et en langage Python afin de :

- Rechercher les solutions d'une équation : $f(x) = 0$
- Résoudre un problème d'optimisation.

Objectifs :

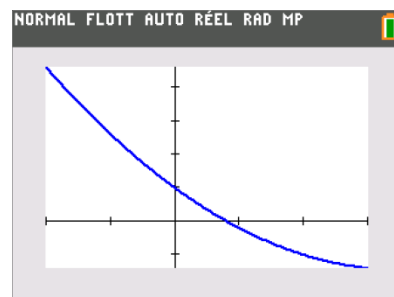
- Utiliser une fonction en langage Python.
- Mettre en œuvre la boucle bornée While.

Principe de la dichotomie

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2,3]$ par $f(x) = x^2 - 7x + 5$

On utilise la calculatrice afin de tracer la courbe C_f représentant les variations de la fonction f .

Vous allez résoudre l'équation $f(x) = 0$ en écrivant un script Python correspondant à un algorithme connu et appelé « algorithme de dichotomie ».



Pour comprendre ce qu'est la dichotomie, on propose une petite expérience : « *chercher un mot dans un gros dictionnaire papier de 1024 pages* » :

- Vous l'ouvrez au milieu : le mot ne s'y trouve pas, mais il est avant (il est donc dans les 512 premières pages).
- Vous ouvrez la moitié de la 1ère moitié : le mot ne s'y trouve pas, mais il est après (il est donc dans les pages 257 à 512).
- Vous ouvrez la moitié de la 2ème moitié, etc...

A chaque fois que vous progressez, le nombre de pages qui reste à examiner est divisé par 2.

Ainsi, dans un dictionnaire de 1024 pages, vous êtes certain de trouver votre page en 10 recherches seulement, puisque $1024/(2^{10})=1$



Algorithme :

Tant que $b - a > \text{prec}$ faire :

$m \leftarrow \frac{a+b}{2}$

Si $f(m)$ et $f(a)$ sont de signe, opposés

$b \leftarrow m$

sinon

$a \leftarrow m$

Fin Tant que

Commentaires :

$[a,b]$: Bornes de l'intervalle d'étude

f : Fonction étudiée

On se place au milieu de l'intervalle $[a ; b]$

Si $f(m)$ et $f(a)$ sont de même signe, alors la solution de l'équation $f(x) = 0$ est située dans l'intervalle $[m; b]$

On se place donc sur $[m; b]$

sinon

On se place sur $[a; m]$

Mise en œuvre de l'algorithme :

- Encadrer entre deux entiers la valeur x_0 solution de l'équation $f(x) = 0$ avec une précision donnée « *prec* ».
- Vous remarquerez que : $f(0) \times f(1) < 0$
- Calculer : $f(0) \times f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) \times f(1)$
- En déduire si x_0 appartient à l'intervalle $\left[0 ; \frac{1}{2}\right]$ ou $\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$.

Créer un nouveau script et le nommer DICH0

- Entrer les différentes instructions, celles-ci se trouvent pour leur ensemble sous l'onglet (Fns...).
- Les tests peuvent être obtenus directement par l'appui sur les touches y ».
- Appuyer sur y f pour bloquer le clavier en mode alphanumérique.
- $[a, b]$ représente l'intervalle d'étude et n le nombre d'étapes.

```
ÉDITEUR : DICH02
LIGNE DU SCRIPT 0002
def f(x):
    return x**2-7*x+5_
def dich02(a,b,prec):
    while (b-a)>prec:
        c=(a+b)/2
        if f(a)*f(c)<=0:
            b=c
        else:
            a=c
    return a,b
Fns... a R # Outils Exéc Script
```

Exécuter le script :

A partir de la représentation graphique de la fonction, tester le script.

```
PYTHON SHELL
>>> dich02(0,1,0.01)
(0.8046875, 0.8125)
>>> |
Fns... a R # Outils Éditer Script
```





10 Minutes de Code

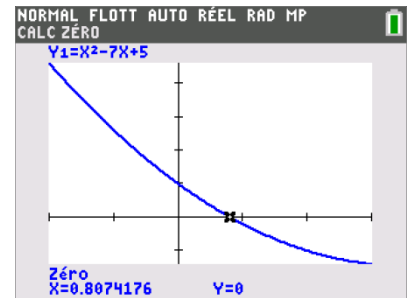
TI-83 PREMIUM CE EDITION PYTHON & TI - PYTHON

Affiner votre recherche afin de trouver une solution proche de celle qui est proposée par la calculatrice.

La valeur exacte de x_0 dans l'intervalle $[0 ; 1]$ étant donnée par : $x_0 = \frac{7-\sqrt{29}}{2}$

UNITE 3 : COMPETENCE 1

NOTES DU PROFESSEUR



Prolongements possibles :

a) Au lieu de donner la précision, on peut travailler avec le nombre d'étapes.

```

ÉDITEUR : DICH01
LIGNE DU SCRIPT 0010
def f(x):
    return x**2-7*x+5
def dich01(a,b,n):
    for i in range(n):
        c=(a+b)/2
        if f(a)*f(c)<=0:
            b=c
        else:
            a=c
    return a,b
    
```

```

PYTHON SHELL
>>> dich01(0,1,25)
(0.8074175715446472, 0.8074176013469696)
>>> |
    
```

La suite du script reste identique.

b) Envisager une programmation récursive.

Remarque : Pour plus d'information sur la récursivité voir Compétence 3 de l'unité 3

```

def dich0(a,b,prec):
    if (b-a)<=prec:
        return a,b
    else:
        c=(a+b)/2
        if f(a)*f(c)<=0:
            return dich0(a,c,prec)
        else:
            return dich0(c,b,prec)
    
```

