

Modelação com funções racionaisEduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves**RESUMO E OBJETIVOS**

Os alunos irão utilizar a tecnologia TI-Nspire para efetuar simulações como apoio ao raciocínio relacionado com modelos de funções racionais, num contexto realista.

MATERIAIS E PREPARAÇÃO

- TI-Nspire CX ou CX II-T
- Folha de tarefas
- Ficheiro modeloFracional.tns

TAREFAS E INVESTIGAÇÕES PARA OS ALUNOS

Em relação à **primeira pergunta** interessa desde já perceber que, a ser verdade, o preço por passageiro foi de 11.50€. Sabe-se ainda que o preço do aluguer varia entre 500€ e 700€ e que o número de passageiros varia entre 26 e 52. Estas duas variáveis são determinantes para a conclusão e há uma relação entre elas, pois o produto do número de passageiros (n) pelo preço por pessoa (11.50€) é o valor do aluguer diário (a). Assim, $11,5 \times n = a$.

Uma abordagem pode ser a seguinte:

De $500 \leq a \leq 700$, vem $500 \leq 11,5 \times n \leq 700$, donde $43,47 \leq n \leq 60,87$. Assim, o número de passageiros pode ter sido 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51 ou 52. Utilizando o simulador verifica-se com alguma facilidade que este preço unitário não é possível, pelo que a senhora Maria não falou verdade.

Noutra abordagem pode calcular-se o produto de 11,5 por um número de passageiros entre 26 e 52 e observa-se que não se obtém um múltiplo de 10 entre 500 e 700, valores possíveis para o aluguer diário.

Para responder à **segunda pergunta** é importante a observação de dados no simulador.

Por exemplo, se forem 2º passageiros na viagem, o simulador informa que o preço por pessoa numa viagem de um dia é de 30,00€, o que permite concluir que o preço fixo do aluguer é $20 \times 30,00 = 600€$. Verifica-se ainda que o preço relativo a 2 dias é de 63,50€ por pessoa. Se não houvesse lugar a taxa, o preço seria de 1200€: $20 = 60€$. Ora, pagando cada passageiro mais 3,5€, significa que essa taxa é de 70€ ($3,5€ \times 20$ passageiros).

Modelação com funções racionais

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

Confirma-se o valor de 97€ para 3 dias, explícito no simulador, com esta taxa diária de 70€, após o primeiro dia, e aluguer diário de 600€. Note-se que $97 = (3 \times 600 + 2 \times 70) : 20$.

Em relação à **terceira pergunta**, sendo n o número de passageiros, 600 euros o valor diário de aluguer e a taxa de 70€ diários após o primeiro dia, tem-se que:

$$\text{Preço por pessoa (1 dia): } \frac{600}{n}$$

$$\text{Preço por pessoa (2 dias): } \frac{1270}{n}$$

$$\text{Preço por pessoa (3 dias): } \frac{1940}{n}$$

Assim, a listagem é facilmente preenchida ao considerar-se valores de n de 10 a 25, o que pode ser feito com vantagem recorrendo a uma página adicional de folha de cálculo na aplicação fornecida.

Quanto à **quarta pergunta**, a situação obriga a um estudo que não é necessário ser exaustivo, mas que permite a profundidade que se desejar.

Podemos começar por perceber que com estes novos autocarros, o preço diário de aluguer vai variar entre 400€ e 560€, 60% dos valores pagos com os outros autocarros e o preço a pagar por passageiro será, para n passageiros ($10 \leq n \leq 30$):

$$\text{Preço por pessoa (1 dia): } \frac{400}{n} \leq p \leq \frac{560}{n}$$

$$\text{Preço por pessoa (2 dias): } \frac{880}{n} \leq p \leq \frac{1200}{n}$$

$$\text{Preço por pessoa (3 dias): } \frac{1360}{n} \leq p \leq \frac{1840}{n}$$

Tendo em consideração as expressões referidas na questão anterior, pode concluir-se, por exemplo, para menos de 30 passageiros é sempre preferível recorrer à empresa A-Luga, mas se a lotação tiver de ser superior a 30 passageiros, poderemos ter diferentes opções, e também com vantagem para a outra empresa. Neste caso, há diferentes cenários na empresa A-Luga. Para transportar até 60 passageiros, por exemplo, podem utilizar-se dois autocarros pequenos, um grande e um pequeno ou dois grandes. Consideremos a despesa dividida pelo número de total de passageiros para apurar o preço por pessoa. É bastante fácil compreender que com 60 passageiros, exatamente, num dia, é mais vantajosa a empresa A-Luga, pois cada passageiro pagaria no máximo 18,67€ ao passo que na outra empresa pagaria 20,00€. Mas se forem 80 passageiros, na empresa B-Oaviagem cada passageiro pagaria 15,00 euros enquanto na empresa A-Luga poderá pagar 15,75€ se um autocarro pequeno e um grande $((560 + 700) : 80)$.