

Modelos com função exponencial

RESUMO E OBJETIVOS

Os alunos irão utilizar a tecnologia TI-Nspire para efetuar explorações em torno de funções do tipo $f(x) = a \times b^x$, $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ e obter conjecturas e conclusões, numéricas e gráficas, decorrentes da alteração de parâmetros.

Como extensão, deverão modelar uma situação em contexto real com funções desta família.

MATERIAIS E PREPARAÇÃO

- TI-Nspire CX ou CX II-T
- Ficheiro exponencial.tns
- Folha de tarefas

TAREFAS E INVESTIGAÇÕES PARA OS ALUNOS

Em relação à primeira pergunta poderá o aluno tirar conclusões que poderá organizar num quadro deste tipo:

$a < 0$	$0 < b < 1$	$f(x) < 0$	crescente
	$b > 1$		decrecente
$a = 0$	Função constante; $f(x) = 0$		
$a > 0$	$0 < b < 1$	$f(x) > 0$	decrecente
	$b > 1$		crescente

Para responder à segunda pergunta, não será previsivelmente difícil que o aluno entenda que a ordenada do ponto de abcissa 0 é igual ao valor do parâmetro a, o que poderá confirmar algebricamente substituindo na expressão da função x por 0.

Já a ordenada do ponto de abcissa 1 poderá necessitar de uma observação de mais exemplos para chegar a uma conjectura válida, embora um processo algébrico como o descrito para o outro ponto leve, sem grande dificuldade, à conclusão de que esta ordenada é o produto dos parâmetros.

Em relação à terceira pergunta, é esperado que o aluno faça diversas explorações que o leve aos valores muito próximos (deverá alterar as definições para passos de 0,01) dos que poderá obter algebricamente do seguinte modo:

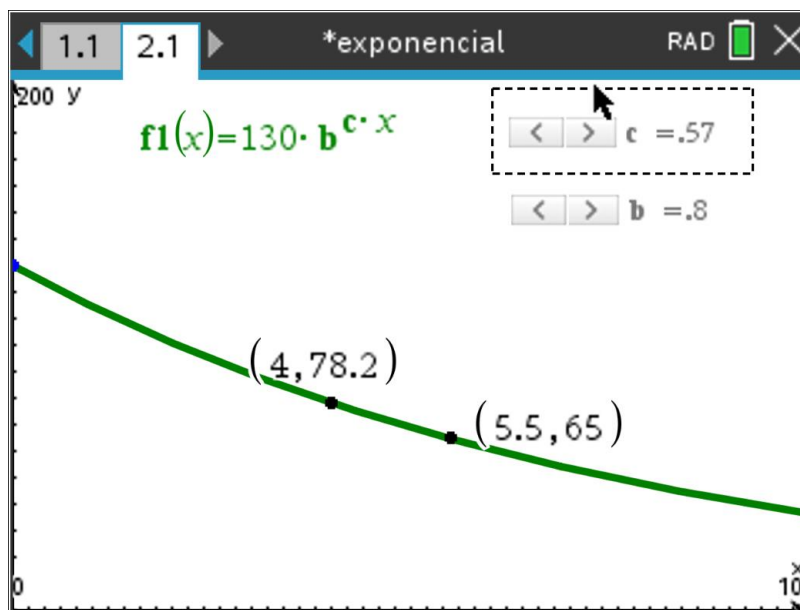
$$\begin{cases} ab^{-2} = 1 \\ ab^1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b^2 \\ b^3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{4} \\ b = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Modelos com função exponencial

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

O trabalho relativo à última questão pode entender-se como análogo ao que terá de realizar na extensão relacionada com uma situação plausível em contexto real. Esta conexão entre a tarefa base e a extensão faz dela uma tarefa integrada e completa.

Um trabalho de exploração da aplicação poderá levar a uma resposta como a que se observa na figura abaixo.



Um trabalho mais algébrico pode ter em consideração o seguinte:

$$Q(t) = 130 \times b^{ct}$$

$$65 = 130 \times b^{c \times 5.5} \Leftrightarrow b^{c \times 5.5} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (b^c)^{5.5} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Assim, } Q(t) = 130 \times (b^c)^t = 130 \times [(b^c)^{5.5}]^{\frac{t}{5.5}} = 130 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5.5}t}$$

$$\text{Consequentemente, } Q(4) = 130 \times 0.5^{\frac{4}{5.5}} \cong 78.5 \text{ mg}$$

