

## Juros e Neper

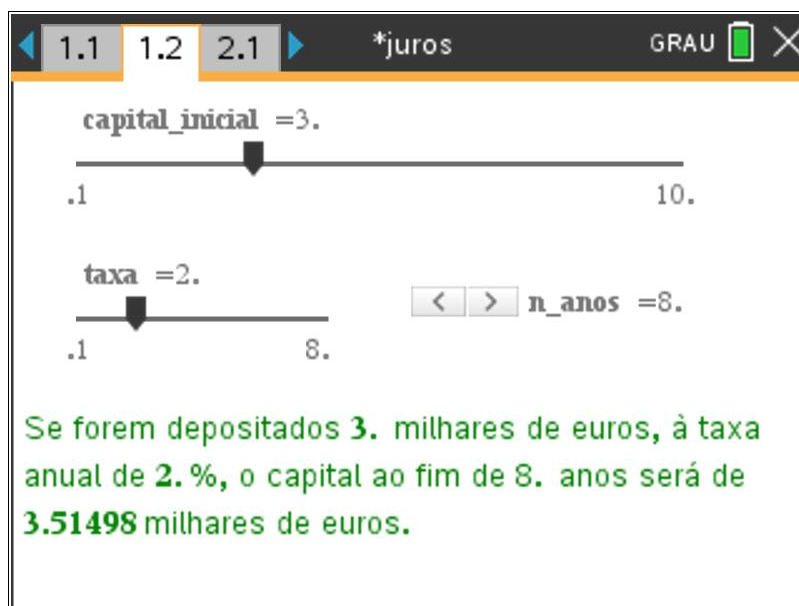
### RESUMO E OBJETIVOS

Os alunos irão utilizar a tecnologia TI-Nspire para trabalhar os juros compostos e chegar ao Número de Neper, o que ocorre normalmente imediatamente antes do estudo da função exponencial, no 12º ano.

### MATERIAIS E PREPARAÇÃO

- TI-Nspire CX ou CX II-T
- Folha de tarefas
- Ficheiro ramos juros.tns

### TAREFAS E INVESTIGAÇÕES PARA OS ALUNOS



The screenshot shows the TI-Nspire calculator interface for a financial application. The title bar indicates the application is named '\*juros'. The screen displays the following variables and values:

- capital\_inicial = 3.** (with a slider ranging from .1 to 10.)
- taxa = 2.** (with a slider ranging from .1 to 8.)
- n\_anos = 8.** (with navigation arrows < and >)

Below the sliders, a green text box provides the result of the calculation:

Se forem depositados 3. milhares de euros, à taxa anual de 2. %, o capital ao fim de 8. anos será de 3.51498 milhares de euros.

Para explicar matematicamente o valor do capital ao fim de 8 anos, respondendo à **1ª pergunta**, podemos fazer um trabalho de aproximação à expressão que responde à **2ª pergunta**, esta com uma evolução sob o ponto de vista da generalização.

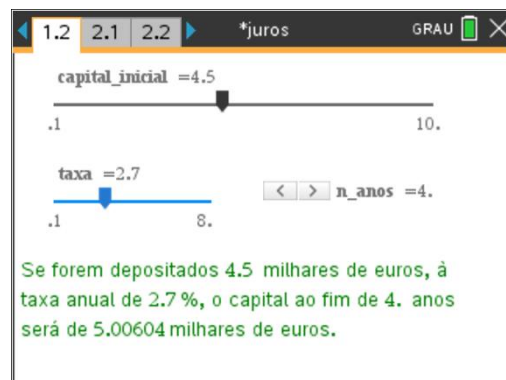
$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$$

Juros e Neper

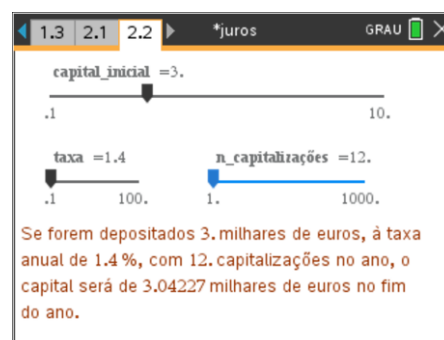
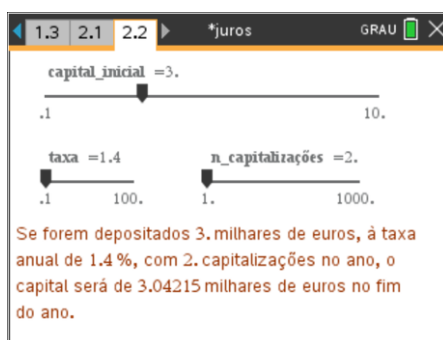
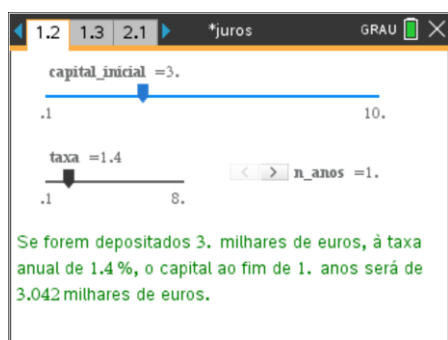
Eduardo Cunha  
Raul Aparício Gonçalves

Para dar resposta à 3ª pergunta pode ser utilizada a expressão obtida na questão anterior, concretizando alguns parâmetros, mas ode também ser feito um trabalho experimental com manipulação de seletores. O trabalho analítico pode ter a vantagem de fazer aparecer a necessidade do logaritmo num contexto de equação exponencial, sem ter tratado estes assuntos, mesmo que depois opte pelo trabalho com manipulação de seletores. Pode ainda surgir o trabalho com equações polinomiais e a necessidade de alterar as definições dos seletores para permitir valores com mais dígitos significativos.

Na figura ao lado é ilustrada uma opção interessante, mas não é necessariamente a melhor. Sugere-se ao leitor melhorar esta opção.



Para responder à 4ª pergunta será natural uma resposta sem observação de valores numéricos, já que com mais do que uma capitalização anual, o capital sobre o qual se calcula o juro é superior aquele com que se calcula com apenas uma capitalização e naturalmente que a situação em que a capitalização é semestral dará mais dinheiro ao final do ano do que com uma única capitalização ao ano, o que pode ser então comprovado nas imagens seguintes. Podem também ser feitas experiências com mais que duas capitalizações anuais e verificar que, pelas mesmas razões, o aumento de capitalizações implica maior capital ao fim do ano.



Aliás, aumentando o valor de n responde-se à 6ª questão, concluindo-se que um aumento cada vez maior do número de capitalizações vai levar a uma estabilização do capital ao fim do ano em torno de um valor fixo.

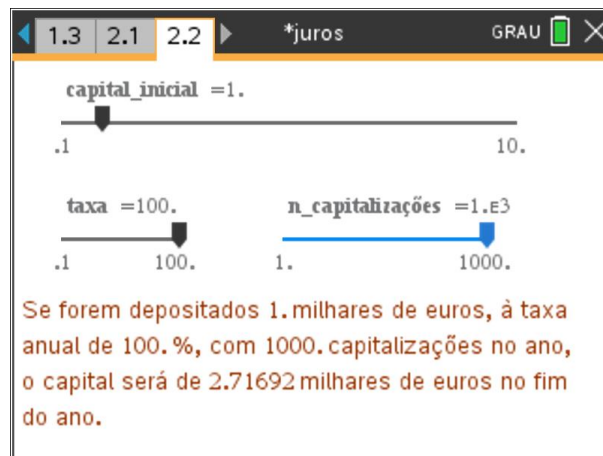
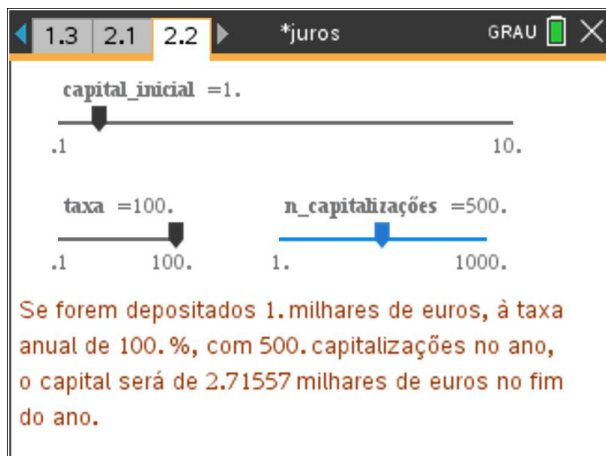
Já a resposta à 5ª questão não se prevê de dificuldade acrescida tendo em consideração o trabalho feito na 2ª questão, levando a:

$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100n}\right)^n$$

Juros e Neper

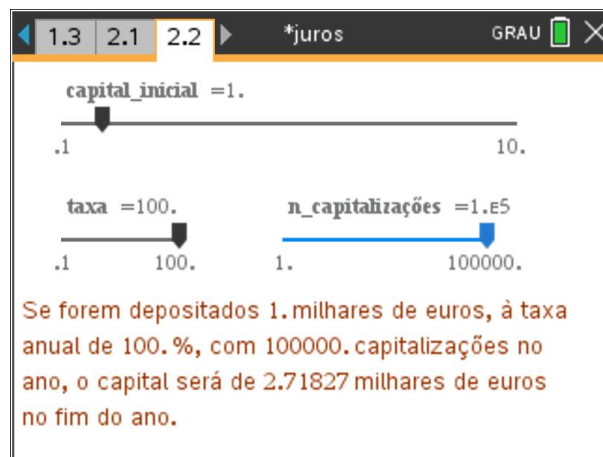
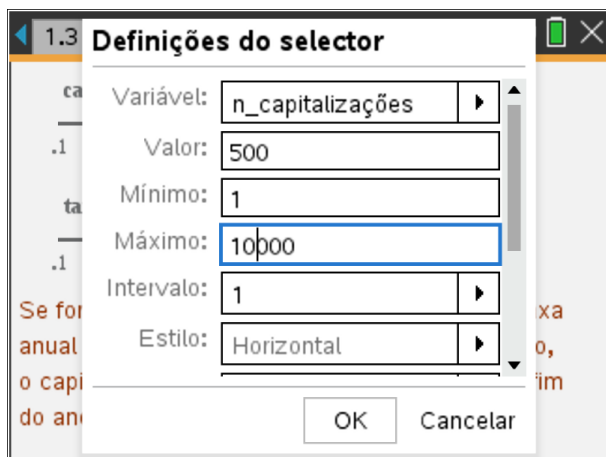
Eduardo Cunha  
Raul Aparício Gonçalves

Quanto à 7ª questão, e considerando a resposta à 6ª pergunta, é de esperar que também aqui poderá verificar-se a estabilização do capital ao fim do ano em torno de um valor fixo, embora a taxa “exageradamente alta” possa deixar algumas dúvidas.



Com 1000 capitalizações anuais observa-se um capital final não muito diferente ao que já ocorria com “apenas” 500 capitalizações, pouco mais de 1 euro.

Esta situação podde ser analisada com mais capitalizações, mudando as definições do seletor, e a conclusão torna-se mais evidente ainda.



Na verdade,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e,$$

o Número de Neper.