

Limite de uma sucessão. Sucessão convergente.

1. Considere a sucessão (u_n) definida por $u_n = \frac{2n+3}{n}$.

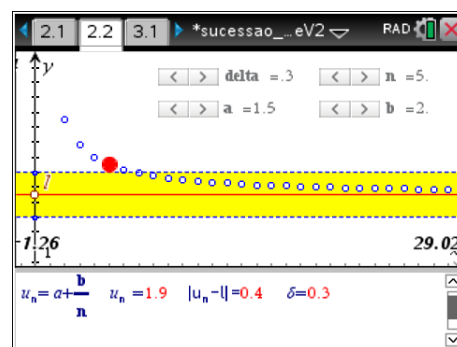
1.1. Completa a tabela:

n	u_n
100	
1 000	
10 000	
100 000	
1 000 000	
10 000 000	

1.2. Escreve a sucessão (u_n) na forma $a + \frac{b}{n}$,

1.3. Define a sucessão na aplicação apresentada na página 2.2. do ficheiro sucessão_convergente.tns e observa a tabela preenchida na alínea 1.1.

Conjetura o valor do limite l na aplicação da página 2.2. e compara-o com parâmetro a da expressão da sucessão na forma $a + \frac{b}{n}$.



Considere a aplicação da página 2.2 e observe que:

A condição $|u_n - l| < \delta$ é equivalente a $l - \delta < u_n < l + \delta$ e significa que a distância do termo u_n a l é inferior a δ . Graficamente, o termo u_n está contido na região representada a amarelo na figura.

1.4. Considere na aplicação da página 2.2 o valor $\delta = 0,2$.

Qual é a ordem p a partir do qual os termos da sucessão estão a uma distância de ℓ inferior a δ ?

1.5. Completa a tabela, determinando a ordem p a partir do qual os termos da sucessão estão a uma distância de ℓ inferior a δ , com o auxílio da aplicação da página 2.2., ajustando a janela de visualização quando necessário.

δ	p
0,1	
0,01	
0,001	

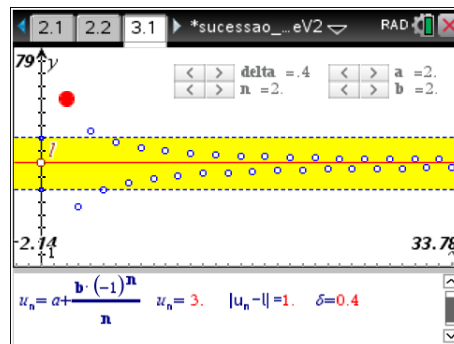
1.6. Será que, qualquer que seja o número real $\delta > 0$, existe sempre uma ordem $p \in \mathbb{N}$, tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq p \Rightarrow |u_n - \text{---}| < \delta$?

1.7. Mostre que 2 é o limite da sucessão (u_n) , recorrendo à definição:

Um número real ℓ é limite de uma sucessão (u_n) quando, para todo o número real $\delta > 0$, existe uma ordem $p \in \mathbb{N}$, tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq p \Rightarrow |u_n - \ell| < \delta$.

2. Considera a aplicação da página 3.1. que explora sucessões da forma $u_n = a + \frac{b(-1)^n}{n}$.

2.1. Define sucessões da referida forma, fixando os parâmetros a e b . Estuda intuitivamente a convergência da sucessão, alterando o parâmetro δ e analisando o que sucede aos termos da sucessão a partir de uma certa ordem.



Completa a tabela:

Termo geral	Convergente (sim/não)	limite

2.2. Atendendo ao estudo intuitivo realizado na alínea 2.1., o que poderás concluir sobre a convergência das sucessões cujo termo geral se pode escrever na forma $u_n = a + \frac{b(-1)^n}{n}$?

Verifica usando a definição de limite de uma sucessão.

