# ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE (EXERCICES)

**TI-Nspire™ CAS**

## Exercice 1

On considère l'équation différentielle linéaire du premier ordre (E) : $y' - y = 2x^2 - 3x + 1$

**1.** Déterminer la solution générale de l'équation sans second membre ($E_0$) : $y' - y = 0$

**2.** Parmi les 3 fonctions suivantes figure une solution particulière de (E).

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| $f_1(x) = 2x^2 - 3x + 1$ | $f_2(x) = 2x^2 - x - 2$ | $f_3(x) = -2x^2 - x - 2$ |

Trouver laquelle de ces fonctions est solution de (E) en détaillant la méthode utilisée et les calculs.

**3.** Donner la solution générale de l'équation (E) (on notera $C$ la constante réelle intervenant dans la solution générale). Vérifier le résultat à l'aide de la fonction ***deSolve*** de TI-Nspire.

**4.** On donne ci-dessous 4 valeurs de la constante $C$.

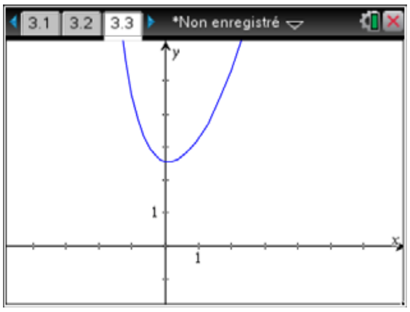
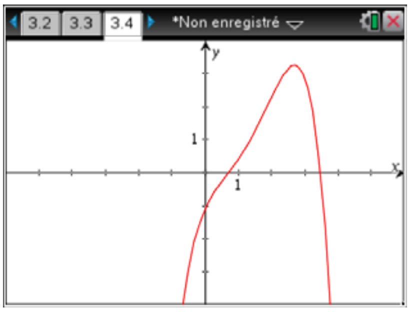
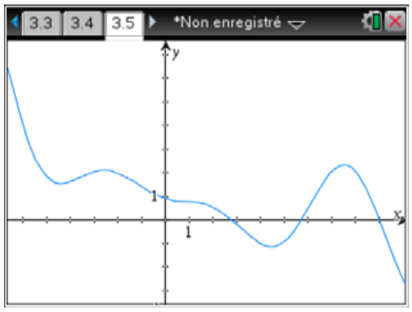
| | | | |
|---|---|---|---|
| $C = 1$ | $C = 0$ | $C = 3$ | $C = 2$ |

Une seule de ces constantes correspond à une fonction solution de (E) dont la courbe représentative admet en son point d'abscisse 0 une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 2x$.
En utilisant la calculatrice, faire apparaître les graphiques correspondants aux quatre valeurs de $C$, ainsi que la tangente au point d'abscisse 0 pour chacune d'elles.
Quelle semble être la valeur de $C$ qui répond à la question ?

**5.** Donner une méthode qui permet, à la main, de déterminer la valeur de $C$.

## Exercice 2

Dans le tableau ci-dessous figurent trois représentations graphiques. Chacune d'elles est la représentation graphique d'une solution particulière d'une des trois équations différentielles citées sous le tableau, mais l'ordre n'a pas été respecté. L'objectif de cet exercice est de redonner à chaque représentation graphique l'équation différentielle qui lui est associée.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f(0) = \frac{23}{9}$, $f'(0) = -\frac{2}{9}$</td>
<td>$g(0) = -\frac{11}{10}$, $g'(0) = \frac{11}{5}$</td>
<td>$h(0) = \frac{68}{75}$, $h'(0) = -\frac{68}{225}$</td>
</tr>
</table>

| Équation $E_1$ : | Équation $E_2$ : | Équation $E_3$ : |
|---|---|---|
| $3y' + y = x.\cos(x)$ | $2y' - y = (2x - 3).e^{-x}$ | $y' + 2y = e^{x}.\sin(x)$ |

**1.** En utilisant la fonction ***deSolve*** de Ti-Nspire, donner la solution générale de l'équation $E_1$.

**2.** En utilisant les informations figurant sous chacun des graphiques et la calculatrice, trouver la solution particulière issue de l'équation $E_1$.

**3.** Reprendre de même avec les équations $E_2$ et $E_3$.

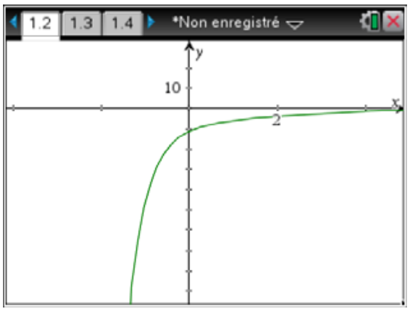
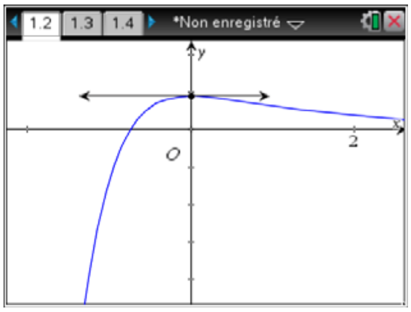
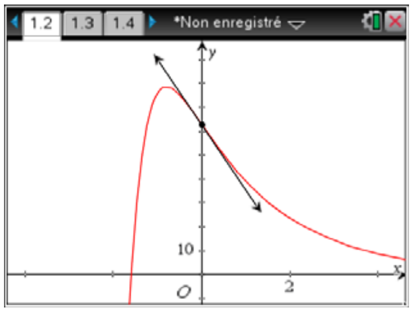
## EXERCICE 3

On donne l'équation différentielle suivante (E) : $2y' + y = (-9x + 9).e^{-2x}$

**1.** Déterminer à la main une solution particulière $f$ de (E) sous la forme d'une fonction définie par $f(x) = (a.x + b).\ e^{-2x}$ où $a$ et $b$ désignent des nombres réels que l'on calculera.

**2.** Donner la solution générale de (E). (On appellera $C$ la constante réelle qui apparaît dans la solution générale de (E))

**3.** L'objectif de cette question est de déterminer, dans chacun des trois cas, la solution particulière de l'équation différentielle dont la représentation graphique figure ci-dessous.

| | | |
|---|---|---|
|   |   |   |
| $f_1(0) = -11$. | La tangente au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses. | La courbe traverse sa tangente au point d'abscisse 0. |

**a.** En utilisant la fonction Taylor de la calculatrice, faire afficher le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la solution générale de (E ) en utilisant la constante $C$.
**b.** Déduire de ce développement limité l'équation de la tangente en fonction de $C$ et discuter suivant les valeurs de $C$ la position relative de la courbe représentative et de sa tangente.
**c.** Déduire de ce qui précède l'expression de la solution particulière de l'équation différentielle associée à chacun des graphiques ci-dessus.