Probabilité – Jeux de hasard

Présentation

Dans un premier exercice, les élèves manipulent la fonction aléatoire *rand*. Par la suite, les élèves travaillent sur un problème historique de lancer de pièces.

Concepts mathématiques

- Probabilité
- Effectif
- Fréquence

Matériels requis

- La calculatrice TI-Collège Plus
- Un crayon
- La fiche élève de l'activité

Exercice

Abordez l'activité en indiquant que le caractère aléatoire d'une expérience est difficilement modélisable, d'où la nécessité de recourir à des artifices comme des ordinateurs ou des calculatrices.

1. Dans cette question, on montre que la calculatrice peut générer une suite de chiffres (donc de nombres) par la commande **rand**. Les nombres obtenus sont compris entre 0 et 1.
   On remarque que la calculatrice donne des nombres entre 0 et 1 qui sont tous différents.

   Procédez comme suit :
   1. Taper [maths] ▶ ▶.
   2. Choisir **1:rand.**
   3. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois.

```
DEG
rand
        0,782401622
rand
        0,018485761
```

2. a) Dans cette question, on a toujours des nombres aléatoires, mais ils sont entiers et compris entre deux valeurs décidées par l'opérateur.
   Cette fois, la calculatrice donne des nombres entiers.

   b) Dans certains cas (l'élève n'a pas tiré assez de fois, ou la suite générée n'a pas atteint les valeurs limites), les élèves peuvent avoir une vision erronée de la question.
   Les valeurs sont comprises entre 4 et 9.

   Procédez comme suit :
   1. Taper [maths] ▶ ▶.
   2. Choisir **2:randn(.**
   3. Taper à la suite [4] [2nde] [;] [9] [)].
   4. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois.

```
DEG
randn(4;9)     8
randn(4;9)     7
randn(4;9)     9
randn(4;9)     5
```

3. a) *Le résultat de l'expression **randn**(1;6) permet de trouver des nombres aléatoires entre 1 et 6, donc, cette expression peut générer un dé à 6 faces.*

   b) *L'expression qui permet de générer un dé à 4 faces sur la calculatrice TI-Collège Plus est **randn**(1;4).*

   c) *L'expression qui permet de générer un D20 qui partirait du nombre −3 sur la calculatrice TI-Collège Plus est **randn**(−3;16).*

   Vérifiez en procédant comme suit :
   1. Taper [maths] ▶ ▶.
   2. Choisir **2:randn(.**
   3. Taper à la suite [(−)] [3] [2nde] [;] [1] [6] [)].
   4. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois.

```
DEG
randn(-3;16)    2
randn(-3;16)   -2
randn(-3;16)    7
randn(-3;16)   14
```

4. Cette question est assez libre et peut être l'occasion d'un travail de groupe de 2 ou plus. Voici quelques exemples, qui peuvent être aussi des pistes de travail.
   - Loto : on fait une grille de 49 numéros (donc de 1 à 49), l'élève doit donner 6 numéros et un numéro complémentaire. Ensuite, on génère 6 numéros avec la calculatrice en supprimant les doublons.
   - Jeu du plus grand ou plus petit : se joue à deux, chaque joueur génère un nombre entre 1 et 100. Puis chacun son tour, le joueur essaye de trouver le nombre de son voisin qui lui dit s'il est plus grand ou plus petit.

- Jeu de dés : un joueur met une mise, puis lance un D6 pour avoir un gain (faible). Il a droit à un autre lancer pour avoir un gain plus important uniquement si le joueur fait un lancer strictement meilleur.
- Jeu de plateau : on utilise un jeu de plateau, un D4 par exemple, et une série de QCM ou de questions de mathématiques (dans les domaines de l'algèbre, de la géométrie et du numérique) créées auparavant par les élèves. Chaque joueur doit aller au bout. A chaque lancer, on répond à la question. Une bonne réponse fait avancer, tandis qu'une mauvaise réponse fait reculer ou laisse sur place.

Problème

Soumettez le problème suivant aux élèves :

Diderot et d'Alembert, deux philosophes du siècle des Lumières, correspondaient à propos d'un jeu : celui de « croix et pile » (comprendre face et pile). Le jeu est le suivant : après une mise, un joueur lance une pièce de monnaie. S'il tombe sur croix, il gagne, sinon, il relance la pièce. S'il tombe sur croix, il gagne, sinon il perd.

1. a) Dans cette question et la suivante, il est demandé à l'élève de bien comprendre la problématique du différend.
   Les trois combinaisons possibles pour d'Alembert sont : face, pile-face et pile-pile.

   b) *Les quatre combinaisons possibles pour Diderot sont : face-face, face-pile, pile-face et pile-pile.*

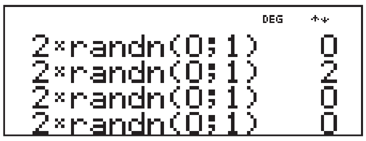
2. *Comme on ne peut pas avoir de résultat sous la forme P (pour Pile) et F (pour Face), on donne une valeur à Face (par exemple 0) et une valeur pour Pile (par exemple 1). Ensuite, on lance aléatoirement la pièce par la commande **randn(0;1)**.*

3. a) Demandez aux élèves si $x + x$ est égal à $2x$, puis demandez-leur de donner les résultats possibles pour chaque expression, avec ou sans la calculatrice.
   randn(0;1) *donne comme résultat 0 ou 1. Par conséquent* **2 × randn(0;1)** *donne comme résultat 0 ou 2. Par contre,* **randn(0;1) + randn(0;1)** *donne comme résultat 0 ou 1 ou 2 car chaque terme peut être égal à 0 ou 1.*

   b) *La bonne expression est* **randn(0;1) + randn(0;1)**. *Elle permet en effet d'avoir tous les cas de figures : 0 pour FF, 1 pour FP ou PF et 2 pour PP.*

Pour **2 × randn(0;1)** procédez comme suit :

1. Taper [2] [×].
2. Taper [maths] ▶ ▶.
3. Choisir **2:randn(**.
4. Taper à la suite [0] [2nde] [;] [1] [)].
5. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois.



Pour **randn(0;1) + randn(0;1)** procédez comme suit :

1. Taper [maths] ▶ ▶.
2. Choisir **2:randn(**.
3. Taper à la suite [0] [2nde] [;] [1] [)] [+]
4. Taper [maths] ▶ ▶.

Probabilité – Jeux de hasard

4. a) Vous pouvez donner la procédure ci-contre aux élèves.

   Un exemple de tableau généré à l'aide de la calculatrice.

1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
2	1	2	1	2	2	1	0	1	1
1	1	1	2	2	1	1	2	2	1
0	0	2	2	1	2	1	1	0	1
0	1	1	1	2	2	1	1	1	1

   b) Rappelez la définition d'effectif.

Valeur	0	1	2
Effectif	10	27	13

   c) Rappelez la définition de fréquence.

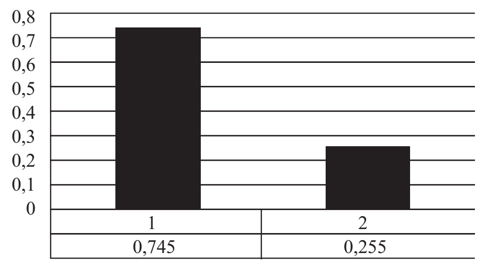
Valeur	0	1	2
Effectif	46	103	51
Fréquence	0,23	0,515	0,255

   d) *Les valeurs remarquables proches sont un quart pour la valeur 0 ou 2 et un demi pour la valeur 1. La valeur 1 peut arriver deux fois, une fois au premier lancer, et une fois au deuxième lancer.*

5. a) Demandez aux élèves comment on gagne une partie.

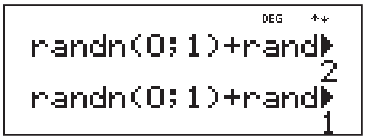
Evènement	Partie gagnée	Partie perdue
Fréquence de l'évènement	0,745	0,255

   b) Représenter par un diagramme en barre la répartition en fréquence de l'évènement dans le cadre ci-dessous.



6. *On gagne une partie trois fois plus qu'on ne la perd, donc pour avoir un jeu équilibré, il faut faire une mise de départ trois fois plus importante. Ainsi, c'est Diderot qui a raison. L'erreur de d'Alembert réside dans le fait que la situation qu'il a décrite n'est pas équiprobable.*

5. Choisir **2:randn(.**
6. Taper à la suite [0] [2nde] [;] [1] [)].
7. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois.



Procédez comme suit :

1. Taper [2nde] [déf op].
2. Utilisez la manipulation précédente pour afficher **randn(0;1) + randn(0;1)**
3. Validez par [entrer].
4. Taper [op] autant de fois que nécessaire.

Probabilité – Jeux de hasard

Nom: ____________________

Date: ____________________

Exercice

1. Taper sur la calculatrice TI-Collège Plus la séquence : [maths] ▶ ▶ et faire le choix **1:rand.** Appuyer sur [entrer] plusieurs fois. Quelle remarque est-il possible de faire ?

____

____

2. a) Taper à présent sur la calculatrice la séquence : [maths] ▶ ▶ et faire le choix **2:randn(.** Taper à la suite la séquence [4] [2nde] [;] [9] [)]. Appuyer sur [entrer] plusieurs fois. Quelle remarque est-il possible de faire ?

____

____

b) Entre quelles valeurs les nombres tirés aléatoirement sont compris ?

____

____

3. a) L'expression randn(1;6) permet de générer un objet très utilisé dans les jeux de société. Quel est-il ?

____

____

b) Quelle expression permet de générer un dé à 4 faces (on note D4) sur la calculatrice TI-Collège Plus ?

____

____

c) Quelle expression permet de générer un D20 qui partirait du nombre −3 sur la calculatrice TI-Collège Plus ?

____

Indication : Quelle est la valeur maximale ?

4. L'aléatoire est beaucoup utilisé dans les jeux, qu'ils soient de plateau, de rôle ou même dans des loteries ! Inventer un jeu très simple utilisant les nombres aléatoirement tirés par la calculatrice qui peut se jouer à deux ou plus.

____

____

____

____

____

____

____

Probabilité – Jeux de hasard

Nom: ____________________

Date: ____________________

Problème

Diderot et d'Alembert, deux philosophes du siècle des Lumières, correspondaient à propos d'un jeu : celui de « croix et pile » (comprendre pile et face). Le jeu est le suivant : après une mise, un joueur lance une pièce de monnaie. S'il tombe sur croix, il gagne, sinon, il relance la pièce. S'il tombe sur croix, il gagne, sinon il perd.

1. a) D'Alembert affirmait que la mise devait être de 2 contre 1 puisque : « Si croix arrive du premier coup, le jeu est fini. Les combinaisons croix-croix et croix-pile se réduisent donc à une. Il n'y a que trois combinaisons possibles, deux qui font gagner et une qui fait perdre, donc la mise doit être de 2 contre 1 ». Pour d'Alembert, quelles sont les « trois combinaisons » possibles en langage contemporain ?

   ____

   ____

   b) Diderot, quant à lui, estime que la mise est de 3 contre 1, en effet : « Il y a quatre combinaisons différentes (croix-croix, croix-pile, pile-croix et pile-pile). Les trois premières font gagner, seule la dernière fait perdre. La mise doit être de 3 contre1 ». Pour Diderot, quelles sont les « quatre combinaisons » possibles en langage contemporain ?

   ____

   ____

   On se propose de découvrir qui, Diderot ou d'Alembert a raison.

2. Comment serait-il possible de modéliser un seul lancer d'une pièce sur la calculatrice TI-collège Plus ?

   ____

   ____

3. a) Les commandes **randn(0;1) + randn(0;1)** et **2 × randn(0;1)** sont-elles identiques ? Expliquer pourquoi.

   ____

   ____

   ____

   Indication : faire des essais avec la calculatrice.

   b) Quelle est l'expression qui permet de modéliser le problème ? Comment ?

   ____

   ____

4. a) Faire 50 essais avec la bonne expression, trouvée à la réponse 3.b) et remplir le tableau suivant :

b) Remplir le tableau statistique suivant:

Valeur	0	1	2
Effectif			

c) En regroupant les résultats avec 3 autres camarades, remplir le tableau suivant :

Valeur	0	1	2
Effectif			
Fréquence			

d) De quelles valeurs « remarquables » est-on proche ? Pourquoi cette différence ?

____

____

5. a) Compléter le tableau de fréquence d'évènement suivant :

Evènement	Partie gagnée	Partie perdue
Fréquence de l'évènement		

b) Représenter par un diagramme en barre la répartition en fréquence de l'évènement dans le cadre ci-dessous.

6. Est-il possible de savoir qui de Diderot ou de d'Alembert a raison ?

____

____

____

