

# Fractions, PGCD et scoubidous

## Présentation

Les élèves voient des méthodes différentes pour calculer la somme de fractions. Ils réinvestissent ensuite les résultats des méthodes dans un problème.

## Concepts mathématiques

- PGCD
- Fraction irréductible
- Multiple

## Matériels requis

- La calculatrice TI-Collège Plus
- Un crayon
- La fiche élève de l'activité

## Problème

### Partie A.

Dans cette partie, 3 méthodes sont proposées pour effectuer le calcul d'une somme de deux fractions dont les dénominateurs ne sont pas premiers entre eux.

1. a) Rappelez aux élèves la définition de multiple.

	Multiples de $a$	Multiples de $b$
1	176	220
2	352	440
3	528	660
4	704	<b>880</b>
5	<b>880</b>	1100
6	1056	1320
7	1232	1540

b) *Le premier multiple commun aux nombres  $a$  et  $b$  est 880. Il s'obtient par les calculs  $176 \times 5$  et  $220 \times 4$ .*

c) *Rappelez aux élèves qu'une fraction ne change pas si on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.*

$$\frac{9}{176} + \frac{13}{220} = \frac{9 \times 5}{176 \times 5} + \frac{13 \times 4}{220 \times 4} = \frac{45}{880} + \frac{52}{880} = \frac{97}{880}.$$

2. a) *Suivez la séquence de touches avec les élèves et demandez leur comment réécrire  $2^4$ .*

$$176 = 2^4 \times 11 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11.$$

b) *Cette expression est la décomposition en facteurs premier du nombre  $a$ .*

c) *Suivez la séquence de touches ci-contre.*

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11 = 2 \times 2 \times 5 \times 11.$$

d) *Dans cette question et la suivante, on cherche à avoir un dénominateur commun, donc à savoir quel facteur manque dans chacun des nombres  $a$  et  $b$ .*

*Le facteur manquant dans le nombre  $a$  par rapport au nombre  $b$  est 5.  $176 \times 5 = 880$ .*

e) *Les facteurs manquants dans le nombre  $b$  par rapport au nombre  $a$  est  $2 \times 2$ .*

$$220 \times 2 \times 2 = 880.$$



Une méthode possible à la calculatrice :

1. Taper  $\boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{\text{entrer}}$ .
2. Taper ensuite  $\boxed{+} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{\text{entrer}}$ .
3. Taper sur  $\boxed{\text{entrer}}$  autant de fois que nécessaire.
4. Faire de même avec 220.



Procédez comme suit :

1. Taper  $\boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{2\text{nde}} \boxed{[ \text{décomp} ]} \boxed{\text{entrer}}$ .



Procédez comme suit :

1. Taper  $\boxed{2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{2\text{nde}} \boxed{[ \text{décomp} ]} \boxed{\text{entrer}}$ .
2. A l'écran :



# Fractions, PGCD et scoubidous (suite)

f) Les nombres trouvés en d) et e) sont les mêmes par rapport aux multiples de la question 1. C'est donc une autre méthode pour trouver le résultat de la somme  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220}$ .

3. a) Demandez à certains élèves de faire l'algorithme d'Euclide et à d'autres celles des soustractions successives.

Avec l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{array}{r|l} 220 & 176 \\ 44 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 176 & 44 \\ 0 & 4 \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 44.

Avec les soustractions successives :

220	176	$220 - 176 = 44$
176	44	$176 - 44 = 132$
132	44	$132 - 44 = 88$
88	44	$88 - 44 = 44$
44	44	$44 - 44 = 0$

La dernière différence non nulle est 44.

Le PGCD de 176 et 220 est 44.

b) Suivez la séquence avec les élèves.

Cette séquence permet de trouver le PGCD de 176 et 220 qui est 44.

c) Rappelez la définition d'une fraction irréductible.

$$\frac{a}{b} = \frac{176}{220} = \frac{4 \times \boxed{44}}{5 \times \boxed{44}} = \frac{4}{5}$$

d) Rappelez la définition du produit en croix.

Le produit en croix donne les produits :  $4 \times 220 = 880$  et  $5 \times 176 = 880$ . Les deux résultats sont identiques. Le nombre trouvé est le dénominateur commun précédent.

e) Demander aux élèves de revenir sur la question 1.

Pour effectuer la somme de deux fractions, il faut trouver le PGCD des dénominateurs. Il faut rendre la fraction des dénominateurs irréductible. Les nombres trouvés sont les facteurs permettant d'obtenir le dénominateur commun.

4. La calculatrice donne le résultat  $\frac{97}{880}$ , ce qui est le résultat de la somme des deux fractions. La touche  $\frac{\square}{\square}$  permet de faire du calcul fractionnaire.



Procédez comme suit :

1.  $\boxed{2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{2nde} \boxed{[+]} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{enter}$ .
2. De même avec l'autre division et à l'écran :

220	-	176	Q=1	R=44
176	-	44	Q=4	R=0



A l'écran :

220	-	176	44
176	-	rép	132
rép	-	44	88
rép	-	44	44



Procédez comme suit :

1. Aller dans le menu  $\boxed{\text{maths}}$ .
2. Choisir **1:PGCD**(.
3. Taper ensuite  $\boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{2nde} \boxed{[;]} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{[ ]}$   
 $\boxed{[ ]} \boxed{enter}$ .



Procédez comme suit :

1. Taper la séquence  $\boxed{9} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{\triangleright} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{[ ]}$ .
2. Valider par  $\boxed{enter}$ .

# Fractions, PGCD et scoubidous (suite)

## Partie B.

Soumettez le problème suivant aux élèves :

*Audrey vend des fils de scoubidous de deux couleurs : blanc et rouge. Pour faire un scoubidou, il faut deux fils. Elle reçoit les fils blancs par boîte de 176 fils et les fils rouges par boîte de 220 fils.*

1. a) Précisez aux élèves que les paquets sont identiques et demandez-leur de faire le lien avec la première partie.

*En utilisant la partie A, le PGCD de 176 et de 220 est 44. Ainsi, Audrey va vendre 44 paquets.*

- b) Toujours d'après la partie A, comme  $176 = 44 \times 4$  et  $220 = 44 \times 5$ , dans un paquet, il y aura 4 fils blancs et 5 fils rouges.

2. a) Précisez aux élèves qu'il faut acheter un nombre entier de boîtes de chaque sorte et c'est le minimum qui est cherché.

*Sébastien doit acheter 5 boîtes de fils blancs et 4 boîtes de fils rouges.*

- b) Comme  $176 \times 5 = 220 \times 4 = 880$ , il aura 880 scoubidous.

3. Un fil blanc coûte  $\frac{9}{176}$  euros et un fil rouge coûte  $\frac{13}{220}$ .

Donc en tout,  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220} = \frac{97}{880}$  et  $\frac{97}{880} \approx 0,11$ .

*Un scoubidou réalisé à partir d'un fil blanc et d'un fil rouge coûte 0,11 euros au centime d'euro près.*



Procédez comme suit :

1. A partir de la fraction  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220}$ , il faut appuyer sur la touche  $\frac{\square}{\square}$ .
2. Sinon, taper la séquence  $9 \ 7 \ : \ 8 \ 8 \ 0$  et valider par  $\text{entrer}$ .

# Fractions, PGCD et scoubidous

Nom: \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

## Problème

### Partie A.

Le but de la première partie est de calculer la somme :  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220}$  de différentes manières. On pose pour la suite  $a = 176$  et  $b = 220$ .

1. a) Remplir le tableau suivant avec les multiples de  $a$  et de  $b$ .

	Multiples de $a$	Multiples de $b$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

b) Entourer en rouge le premier multiple commun aux nombres  $a$  et  $b$ . L'écrire ci-dessous.  
**Faire une phrase.**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Calculer alors la somme de départ. **Faire apparaître les détails.**

$$\frac{9}{176} + \frac{13}{220} = \frac{\quad \times}{\quad \times} + \frac{\quad \times}{\quad \times} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

2. a) Suivre la séquence de touches de la calculatrice TI-Collège Plus suivante :

**1** **7** **6** **2nde** **[>décomp]** **entrer** et marquer le résultat :

176 = \_\_\_\_\_

b) A quoi correspond cette expression ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Faire de même avec le nombre  $b$ .

220 = \_\_\_\_\_

d) Quel facteur manque-t-il dans le nombre  $a$  par rapport au nombre  $b$  ? Faire le produit de ce facteur avec le nombre  $a$ .

\_\_\_\_\_

**Indication :** Attention aux puissances !

e) De même, quels facteurs manque-t-il dans  $b$  par rapport au nombre  $a$  ? Faire le produit de ces facteurs avec le nombre  $b$ .

\_\_\_\_\_

# Fractions, PGCD et scoubidous

Nom: \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

f) Comparer les nombres trouvés en d) et e) par rapport aux multiples de la question 1.

Qu'en pensez-vous pour effectuer la somme  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220}$  ?

---

---

3. a) Utiliser le cadre de recherche pour déterminer le PGCD de 176 et 220 selon la méthode de votre choix (Euclide ou soustractions successives).

Le PGCD de 176 et 220 est \_\_\_\_\_

b) Taper la séquence suivante sur la calculatrice TI-Collège Plus :  $\boxed{\text{maths}}$   $\boxed{1}$ :PGCD( $\boxed{1}$   $\boxed{7}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\text{2nde}}$   $\boxed{[;]}$   $\boxed{2}$   $\boxed{2}$   $\boxed{0}$   $\boxed{)}$   $\boxed{\text{entrer}}$ . Que permet de trouver cette séquence ?

---

c) Utiliser la réponse précédente pour simplifier la fraction  $\frac{a}{b}$  afin d'obtenir une fraction irréductible.

$$\frac{a}{b} =$$

d) Effectuer un produit en croix entre la fraction  $\frac{a}{b}$  et la fraction irréductible de la réponse précédente afin de vérifier l'égalité. Que penser du nombre trouvé pour les deux produits ?

---

---

e) Conclure sur une nouvelle méthode pour effectuer la somme  $\frac{9}{176} + \frac{13}{220}$ .

---

---

---

4. Taper la séquence suivante sur la TI-Collège Plus :  $\boxed{9}$   $\boxed{\frac{a}{b}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{7}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\text{D}}$   $\boxed{+}$   $\boxed{1}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\frac{a}{b}}$   $\boxed{2}$   $\boxed{2}$   $\boxed{0}$   $\boxed{\text{entrer}}$ . Quel résultat donne la calculatrice ? A quoi sert la touche  $\boxed{\frac{a}{b}}$  ?

---

---

# Fractions, PGCD et scoubidous

Nom: \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

---

## Partie B.

Audrey vend des fils de scoubidous de deux couleurs : blanc et rouge. Pour faire un scoubidou, il faut deux fils. Elle reçoit les fils blancs par boîte de 176 fils et les fils rouges par boîte de 220 fils.

1. A partir d'une boîte de fils blancs et d'une boîte de fils rouges, Audrey veut répartir tous ces fils dans des paquets identiques destinés à la vente.

a) Combien de paquets va-t-elle pouvoir vendre ?

---

---

---

b) Combien de fils de chaque couleur y a-t-il dans un paquet ?

---

---

---

2. a) Sébastien veut acheter autant de fils blancs que de fils rouges à partir des boîtes proposées. Combien doit-il acheter au minimum de boîtes de chaque sorte ?

---

---

---

b) Combien aura-t-il de scoubidous ?

---

---

---

3. Une boîte de fils blancs coûte 9 euros et une boîte de fils rouges coûte 13 euros. Combien coûte un scoubidou réalisé à partir d'un fil blanc et d'un fil rouge ? Donner un arrondi au centime d'euro près.

---

---

---