

TI-Nspire CAS 计算器在解析几何教学中的运用

上海市曹杨第二中学 桂思铭

在前面的网络课程中，大家已经感受到了 TI-Nspire CAS 计算器的强大功能及它在数学学习中的作用。今天我将结合我的教学实践和体会和大家一起交流分享，进一步体会这款计算器给教学带来的影响和变化，我抛砖引玉，希望大家积极参与互动，贡献您的智慧，激发大家的教学灵感，让技术更好地为数学学习服务，为学生的发展服务，让更多的人参与到用技术改善我们的学习中来。

我在解析几何的教学中体会到，由于解析几何的内容涉及式和形两个方面，计算器的引入可以发挥其功能的特点，对提升学生的学习能力有着深远的意义，下面是我的几点粗浅的认识：

一、 操作体验归纳概括

归纳概括能力是数学的一个核心能力，它直接影响到学生的学习，而归纳能力的培养需要有一个积累和不断深化的过程，计算器的引入使我们多了一个很好地帮助学生进行归纳概括的工具，工具的使用不仅仅是简化了计算，同时也使许多数学学习不是那么优秀的学生传递了一个信息，我也可以借助机器的力量进行高水平的归纳概括，主动学习。

例 1 两个等圆的对称轴问题。

教学中我们有一个习题是求两个给定方程的等圆的对称轴，学

生的解法各异，其中有学生认为只要将两个圆的方程联立，消去二次项即可，但不确定这个方法的合理性。课堂中，通过计算器进行操作，先作两个等圆然后作两个圆方程的差，得一个一次函数作图（图 1），从图中观察结果，然后用游标改变一个圆的位置，进一步观察结果，最后从数学的角度来解释结果，通过活动大家获

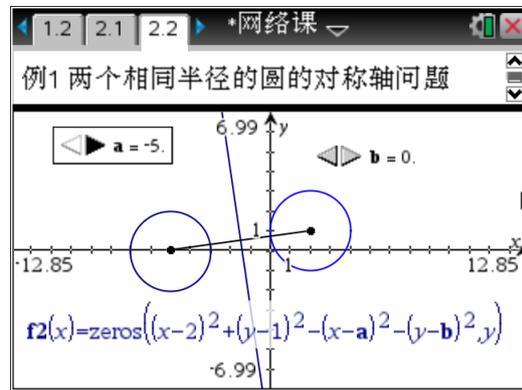


图 1

得了一个新的结论，在方法上也有了新的感受和体会。

例 2 设点 A, B 的坐标分别为 $(-5, 0), (5, 0)$. 直线 AM, BM 相交于点 M , 且它们斜率之积是 $-\frac{1}{2}$, 求点 M 的轨迹方程。

教学中，先通过作图给出问题，要学生自己写出问题和结论，有些学生仅凭直觉来下结论，没有深入地思考问题，通过用设计好的操作可逐步完善学生的思维，帮助获得正确的结论，感悟归纳的过程。

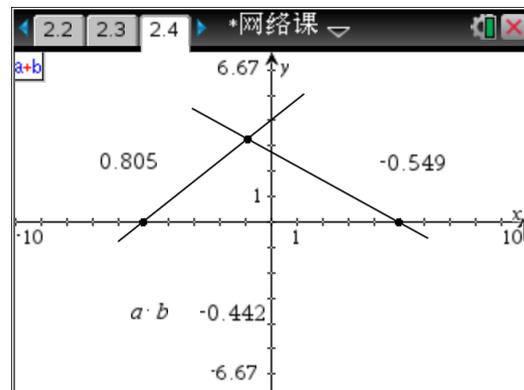


图 2

操作中，我采用了三种不同的方法，体现三个不同的层次。

1. 通过几何作方法作直线，测得两直线的斜率、并计算斜率的乘积，拖动直线使斜率的积为 $-\frac{1}{2}$ ，然后追踪交点的轨迹（图 2）；这个操作的意图是让学生看清问题，得出结论，进行一般的思考。

2. 作一个游标，使斜率的乘积能任意给定，通过改变游标的值作不同的轨迹图形（图 3），使学生能对问题有一个整体的了解。

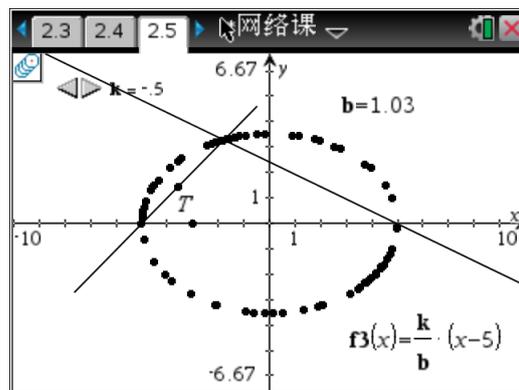


图 3

3. 将计算的结果输入圆锥曲线的方程式，通过改变游标的值，引导学生进行分类讨论（图 4），完整、正确地解决问题。

在这个活动中数、形结合，每个学生都经历了一个归纳概括的过程，技术将一个个孤立的问题联系起来，使学生有能力进行一般的归纳思考，不同层次的学生都有所收获。

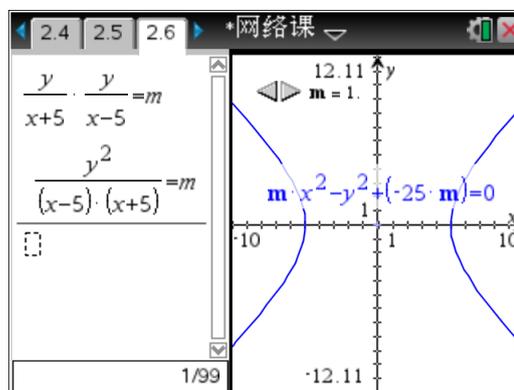


图 4

二、 直观感知，猜想类比推广

在学习中，有许多学生会遇到这样或那样的问题，由于暂时的困难，形成了一个坎，使得解题不能顺畅地进行下去，但由于技术的介入，使不同的学生能用不同的方法来处理问题，帮助他跨过这条坎，学生有了自信心和成功的经历，对后继的学习会有积极的影响，技术为个性化的学习提供了机会和便利。

例 3 已知直线 $l: 4x - y - 1 = 0$ 与抛物线 $x^2 = 2y$ 交于 $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ 两点， l 与 x 轴相交于点 $C(x_C, 0)$, 求证: $\frac{1}{x_A} + \frac{1}{x_B} = \frac{1}{x_C}$ 。

在计算器中作图（图 5），改变直线位置，观察计算结果形成一

个猜想，然后让学生自行证明猜想。技术将学生的思维引向了深入。

这个问题本身并不复杂，结论也容易证明，但经过用计算器作图使这个问题可以更一般化，经常有这样的活动能培养学生的探究意识，容易用数学的方法研究问题。

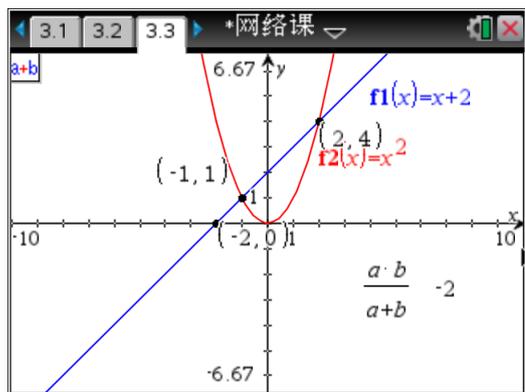


图 5

例 4 已知抛物线 $C: x^2 = -y + 6$, 点 $R(1, 5)$, S, T 是抛物线 C 上的点, 若直线 RS 和直线 RT 的斜率互为相反数, 求直线 ST 的斜率.

当抛物线方程和点 R 确定后, 直线 ST 的斜率就是确定的, 这个结论对于椭圆、双曲线也成立 (图 6), 而传统的做法, 许多学生由于运算的问题, 不能很好地解决问题, 计算器使学生更乐于发现思考。

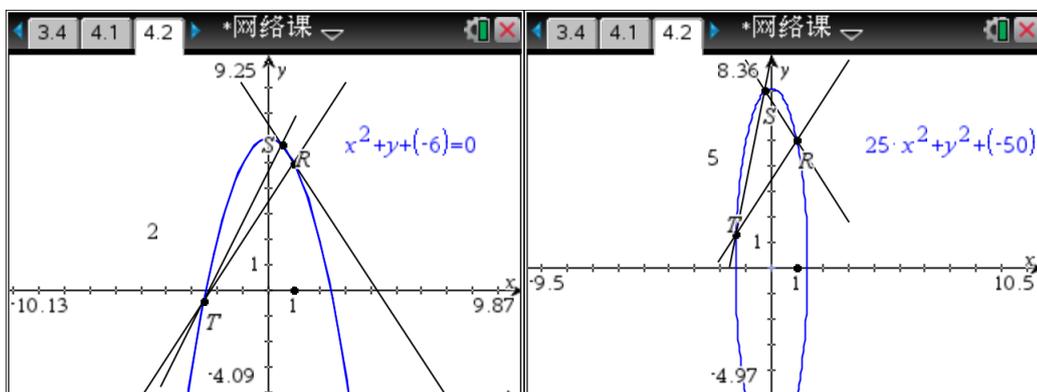


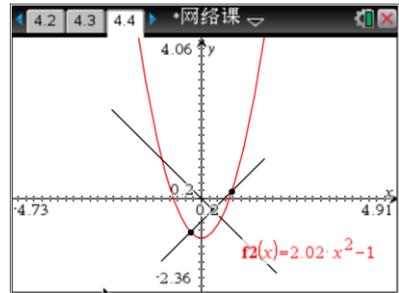
图 6

三、简化运算，突出解题方法

解析几何内容的解题运算往往比较复杂，稍有差错就前功尽弃。有些学生由于这个原因，就开始讨厌运算，也有一些学生，繁杂的计算使得他的注意力集中在运算上，而少了对于解题方法策略的思考。技术的介入，使学生能辨清方向，自我认识错题的根源在哪里。

例 5 已知抛物线 $y = ax^2 - 1$ 上总有两点关于直线 $y = -x$ 对称, 求实数 a 的取值范围。

用技术后, 首先可让学生从图形上来寻求解决问题的方法和策略 (图 7), 这里也可以看到大致的结果。然后利用计算机代数系统进行解题, 在计算器上解题的优点是只要你的方法正确得到的结果一定是正确的。而且, 用计算器解题需要你的解题思路非常明确, 这对于梳理清解题的方法有着十分



积极的意义。本题的计算器的解法如图 8 所示。

图 7

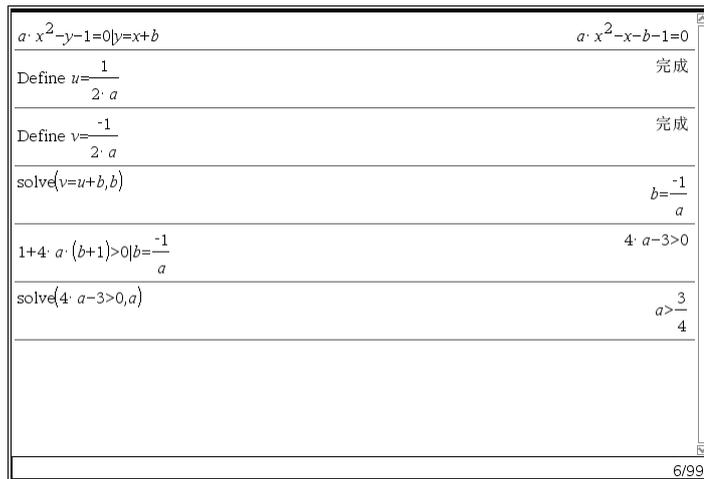


图 8

例 6 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 4$, 直线 $l: y = kx + 1$ 相交于 M, N 两点,

(1) 若 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = -2$, 求实数 k 的值。

(2) 过点 $(0, 1)$ 作直线 l_1 , 与直线 l 垂直, 交圆 C 于 R, S 两点, 求四边形 $MRNS$ 面积的最大值。

这个问题可根据学生的特点选用先用技术后用纸笔, 或先用纸笔后用技术的方法。目的只有一个, 帮助学生克服学习中的困难, 让

学生深刻认识问题。

用计算机代数系统计算的结果如图 9 所示（由于截屏原因，图中有重复）。

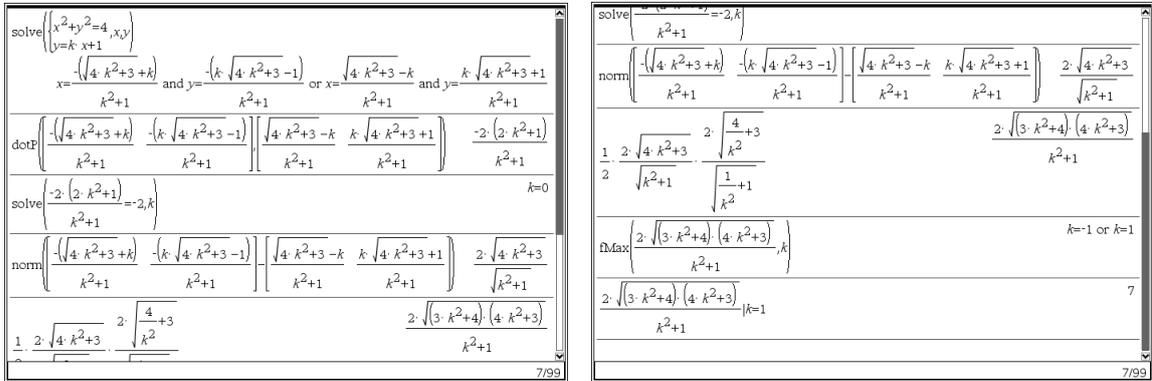


图 9

四、 验证结论,促进理解反思

例 7 直线 l 过坐标原点,与圆 $x^2 + y^2 - 6x + 5y = 0$ 交于 A, B 两点,求 AB 中点 M 的轨迹方程。

这个轨迹方程的求解中,经常会遗忘轨迹范围的限制,缺少一般的思考。由于技术的介入,可以很方便地将问题进行变式,通过操作活动,能帮助学生在一类问题有更深入的认识,掌握解决问题的关键。

图 10 中,只要取消轨迹点,改变直线所过的定点,就可继续追踪轨迹点(图 11),研究轨迹的范围。

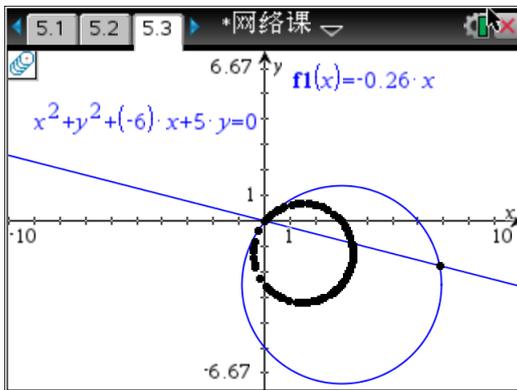


图 10

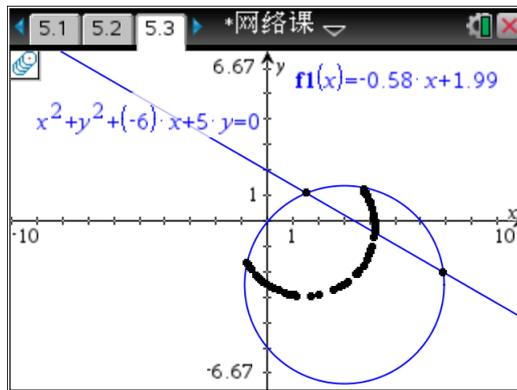


图 11

例 8 与圆 $C_1:(x+2)^2 + y^2 = 4$ 和圆 $C_2:(x-2)^2 + y^2 = 1$ 都外切的圆 C 的圆心的轨迹方程。

通过作图可以发现，轨迹为双曲线的右支（图 12），通过作图可帮助修正错误，教师可进一步启发学生，若将问题改成 C_1, C_2 都内切于 C 轨迹是双曲线的左支（图 13），这是必然的吗？

技术使学生能方便地质疑，不断培养良好的思维习惯。

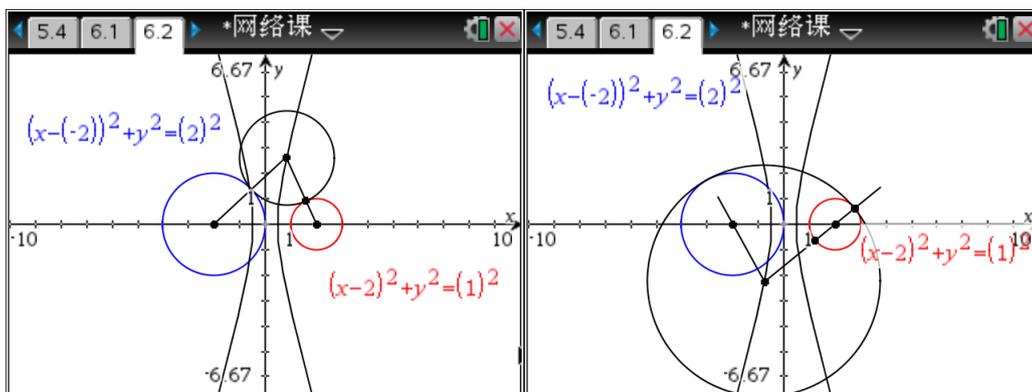


图 12

图 13

技术的运用可有效地改善学生的思维习惯和方式，就教师而言，这里面也有很大的挑战，我们面临的同样是一个全新的环境，我们需要积极地实践和探索。细心的设计思考，我们的教学一定会更好。