

2011 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

个人赛试题

(2011 年 5 月 21 日下午 1:30~3:00)

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
评卷人					
复卷人					

一、填空题 (共 8 小题, 前 4 小题每题 6 分, 后 4 小题每题 9 分, 满分 60 分)

1、计算: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{45} + \frac{1}{55} + \frac{1}{77} + \frac{1}{105} =$ _____.

2、根据 2010 年第 6 次全国人口普查主要数据公报, 我国境内总人口为 1339724852 人, 与 2000 年第 5 次全国人口普查相比, 10 年增加了 7390 万人, 那么这 10 年的年平均增长率是_____ (精确到 0.00001).

3、设 AB 是单位圆 O 的一条弦, 若圆 O 的面积恰好等于以 AB 为边的正方形的面积, 则 $\angle AOB =$ _____ (精确到 0.001 度).

4、在区域 $\begin{cases} \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, \\ x \geq 0 \end{cases}$ 中, 所能含的圆的最大半径为_____.

5、已知函数 $f(x) = \cos x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 与函数 $g(x) = \tan x$ 的图像相交于点 A , 过点 A 分别作 $AB \perp x$ 轴, $AC \perp y$ 轴, 垂足分别为 B, C , 则四边形 $OBAC$ 的面积为_____ (精确到 0.0001).

6、当 s 和 t 取遍所有实数时, $(s+7-|\cos t|)^2 + (s-2|\sin t|)^2$ 的最小值是_____.

7、设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A , 若椭圆上存在一点 P 使得

$\angle OPA = \frac{\pi}{2}$ (O 为坐标原点), 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围为_____.

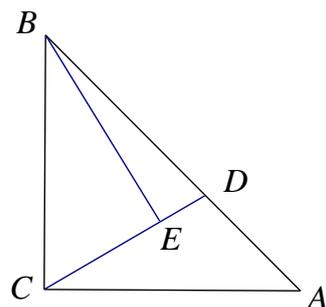
8、一个六位数 $\overline{6xyzx6}$ (x, y, z 可以相同) 是完全平方数, 则所有这样的六位数为_____.

学校_____ 姓名_____ 订 装 线 年 级_____ 性 别_____ 准考证号_____

解答以下三题必须写出解题的必要步骤.

二、(本题满分 20 分) 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$. D 为斜边 AB 上的一动点, 连接 CD , 作 $BE \perp CD$, 垂足为 E , 求 $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle BCE}}$ 的最小值.

【解】



三、(本题满分 20 分) 已知 $\{a_n\}$ 是一个首项为 9, 公差为 7 的等差数列.

(1) 证明: 数列 $\{a_n\}$ 中有无穷多项是完全平方数;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 中第 100 个完全平方数是第几项?

【解】

四、(本题满分 20 分) 设集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 是两个由正整数组成的集合, 满足:

(1) $A \cap B = \emptyset$;

(2) $a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$;

(3) $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2$.

当 $n = 3, 4, 7$ 时, 试给出满足上述条件的集合 A, B .

【解】

装
订
线