

2010 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

团体赛试题

(2010 年 5 月 22 日下午 3:30~4:00)

解答本试卷必须写出解题的必要步骤或计算器的算法.

一、(本题满分 20 分) 在直角坐标平面上, 已知直线 $y = x + a$ ($-1 < a < 1$) 与抛物线 $y = 1 - x^2$ 相交于点 A, B , 点 C 的坐标为 $(1, 0)$, 问: 当 a 为何值时, 三角形 ABC 的面积最大? 并求出三角形 ABC 面积的最大值.

【解】

准考证号

性别

年级

姓名

学校

线

订

装

二、(本题满分 20 分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_n = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2}}$, $n = 3, 4, \dots$. 已知

a_2 和 a_5 都是正整数, 且 $a_5 \leq 2010$, 求 a_5 的所有可能值.

【解】

学校 _____ 姓名 _____ 年级 _____ 性别 _____ 准考证号 _____
装 订 线

三、(本题满分 20 分)黑板上写有 $1, 2, \dots, 666$ 这 666 个正整数, 第 1 步划去最前面的 8 个数: $1, 2, \dots, 8$, 并在 666 后面写上 $1, 2, \dots, 8$ 的和 36; 第 2 步再划去最前面的 8 个数: $9, 10, \dots, 16$, 并在最后面写上 $9, 10, \dots, 16$ 的和 100; 如此继续下去(即每一步划去最前面的 8 个数, 并在最后写上划去的 8 个数的和)…….

(1) 问: 经过多少步后, 黑板上只剩下 1 个数?

(2) 当黑板上只剩下 1 个数时, 求出在黑板上出现过的所有数的和(如一个数多次出现需重复计算).

【解】