

TI-Nspire et les fonctions numériques

Avertissement

Ce document a été réalisé pour montrer quelques-unes des multiples fonctionnalités du logiciel TI-Nspire (CAS ou non CAS) et pour aider les débutants à prendre en main rapidement ce logiciel.

Au cours des années, à la demande des utilisateurs, TI-Nspire a bénéficié de nombreuses améliorations (nouvelles fonctionnalités, etc.).

En conséquence, comme le document que vous avez sous les yeux a été réalisé avec la version 2.1 de l'O.S. en 2010, il peut y avoir des fonctionnalités nouvelles non abordées et quelques différences minimales dans les commandes ou dans les écrans.

Par exemple, dans l'application **Géométrie**, la commande : **(menu) 7 : Points et droites, 2 : Point sur** est remplacée, dans la version 3.2, par : **menu 8 : Géométrie, 1 : Points et droites, 2 : Point sur**.

Pour prendre en main la machine, nous vous conseillons de commencer par consulter le document « Outils de base », réalisé en 2012 sur la version 3.2, qui permet d'avoir une vue d'ensemble et de se familiariser avec les commandes de base (sauvegarder un fichier, etc.).

Vous disposez, pour vous aider à cette initiation à TI-Nspire, des documents suivants :

Titre	Application	Version TI-Nspire	Année
Outils de base	Multi-applications	3.2	2012
Fonctions numériques	Graphiques , Calculs, Éditeur mathématique	2.1	2010
AireRayon	Géométrie , Tableur & listes, Graphiques	2.1	2010
LeTriangle	Géométrie , Calculs	2.1	2010
TI-Nspire et la simulation	Tableur & listes , Calculs, Graphiques	1.6	2008
Données & statistique	Données & statistiques , Tableur & listes	1.6	2008
Programmation	Calculs , Tableur & listes	1.6	2008
Utilisation des bibliothèques	Calculs	1.6	2008
PublishView	PublishView	3.0	2011

De plus, deux fichiers sont destinés aux utilisateurs de TI-Navigator (version 3.0, de 2011).

Pour l'équipe T3 France, novembre 2012.

TI-Nspire et les fonctions numériques

Ce document a été réalisé avec la version 2.1 du logiciel **TI-Nspire CAS**™. Il peut être traité en une ou plusieurs séances (la procédure d'enregistrement des fichiers est décrite en page 5 du document Découverte : Outils de base).

On peut réaliser la quasi-totalité des écrans des exercices 1 à 3 de ce document avec le logiciel non CAS ; les différences portent sur les valeurs exactes ou approchées et sont signalées. L'exercice 4 nécessite le calcul formel et s'adresse donc aux utilisateurs du logiciel TI-Nspire CAS.

A ce document sont joints deux fichiers tns, l'un pour la version CAS : FonctionsNumeriquesCAS_ordi.tns, l'autre pour la version non CAS : FonctionsNumeriques_ordi.tns.

Nous avons choisi de faire apparaître les écrans que l'élève obtient sur la calculatrice : *Affichage Calculatrice*. Nous ne faisons pas apparaître les possibilités dues à la couleur (version 3.2 de la calculatrice). Le lecteur peut choisir, s'il le souhaite, l'*Affichage Ordinateur* (voir trois exemples, page 13 du document).

Modifier la présentation de la page active par **Affichage, Calculatrice**.

Exercice 1

On s'intéresse aux points d'intersection de la parabole d'équation $y = x^2$ et de la droite d'équation $y = -2x + b$, où b désigne un nombre réel variable.

On demande de faire, pour débiter, une étude graphique du problème et d'établir quelques conjectures qui seront ensuite confirmées ou non par le calcul.

Cliquer sur la page active et choisir

2 : Ajouter l'application Graphiques.

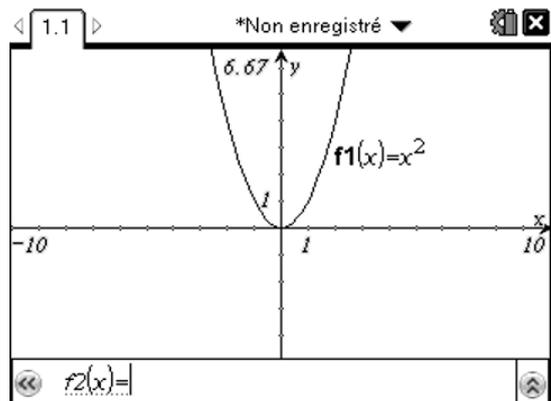
Dans la ligne de saisie en bas d'écran, saisir x^2 et valider par **Entrée**.

On fixe, pour commencer, la valeur de b à 2.

Tracer la droite d'équation $y = -2x + 2$:

Cliquer sur le bouton  en bas, à gauche de l'écran, ou **Ctrl + G**, pour faire apparaître la ligne de saisie.

Définir la fonction f_2 par : $f_2(x) = -2*x + 2$.



Cacher l'expression de $f_1(x)$:

Rapprocher le curseur de l'expression $f_1(x) = x^2$ et, lorsque le curseur désigne « l'étiquette », opérer un clic-droit.

Choisir **2 : Cacher**.

Pour la faire réapparaître :

Menu **1 : Outils, 3 : Afficher/Cacher**.

Appuyer sur **Échap**.

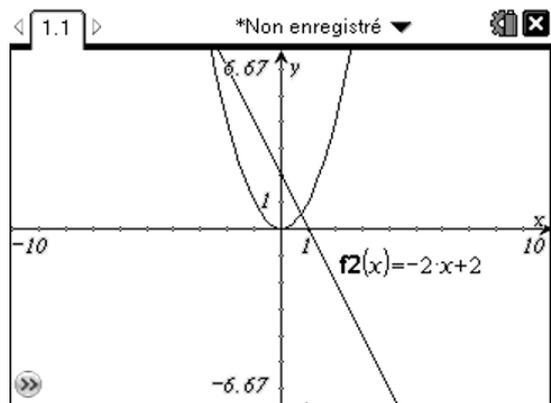
Déplacer, en haut de l'écran, l'expression $f_2(x)$:

Si l'expression figure sur l'écran, la déplacer avec la souris.

Si elle n'apparaît pas, on peut utiliser un zoom :

Menu **4 : Fenêtre, 4 : Zoom – Arrière**. Placer alors la loupe qui apparaît à l'écran au centre du repère puis **Entrée**.

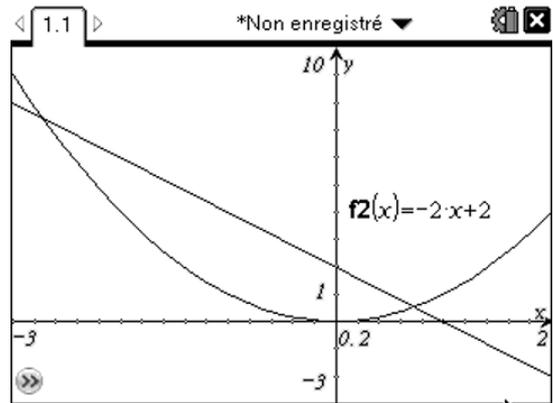
Faire alors glisser l'expression à l'endroit souhaité.



Modifier la fenêtre d'affichage :

Menu **4 : Fenêtre, 1 : Réglage de la fenêtre**, puis saisir -3 , taper sur le tabulateur, 2 , tabulateur, tabulateur, -3 , tabulateur, 10 .

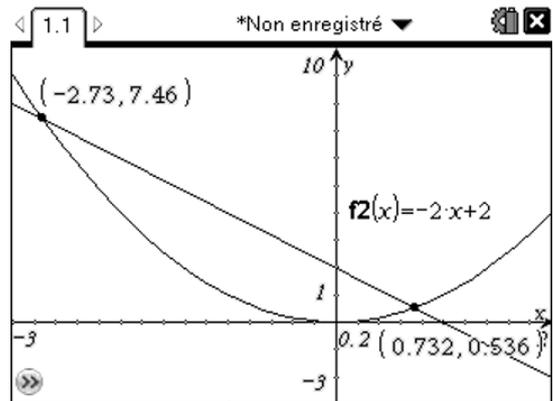
Valider par **Entrée**.



Afficher les coordonnées des points d'intersection :

Menu **7 : Points et droites, 3 : Point(s) d'intersection**. Placer le curseur près de la droite ; le curseur se transforme en une main, valider. Déplacer le curseur près de la parabole, valider. Les coordonnées des deux points d'intersection s'affichent.

Échap, pour faire réapparaître le pointeur.

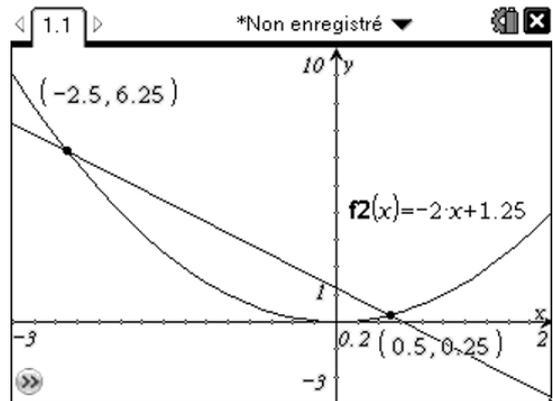


On peut, à souhait, faire varier la valeur de b , en déplaçant la droite parallèlement à elle-même.

Déplacer la droite :

Placer le curseur sur la droite, assez près de l'axe des ordonnées ; lorsque le curseur prend la forme d'une croix, cliquer et déplacer la droite.

L'expression de la fonction affine et les coordonnées des points d'intersection se mettent à jour au fur et à mesure.



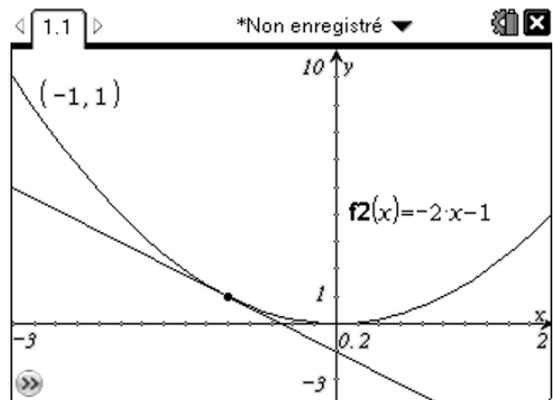
Il semble que la valeur de $b = -1$ conduise à une position particulière.

On va modifier l'expression $f2(x)$ afin de le vérifier.

Échap, placer le curseur dans l'écran près de l'expression $f2(x) = -2x + 2$. Quand « étiquette » apparaît, cliquer deux fois de suite.

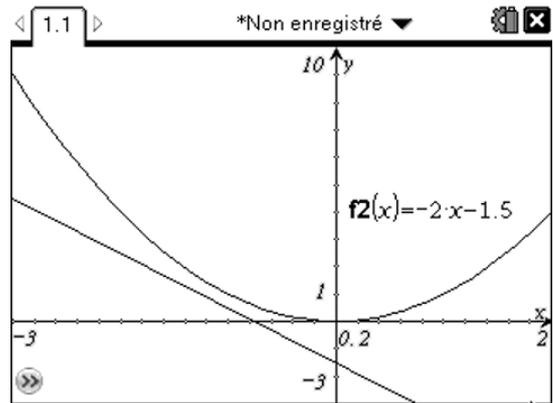
Le curseur se place à la fin de l'expression ; effacer la valeur de b qui se trouve dans l'expression de $f2(x)$ (avec la flèche retour arrière \leftarrow , autant de fois que nécessaire) que l'on remplace par -1 ; valider.

La droite prend alors la position souhaitée et un seul point d'intersection de coordonnées $(-1 ; 1)$ figure dans l'écran.



Découverte : Fonctions numériques - ordinateur

Déplacer de nouveau la droite, vers le bas cette fois, afin de constater qu'il n'y a plus de point d'intersection.



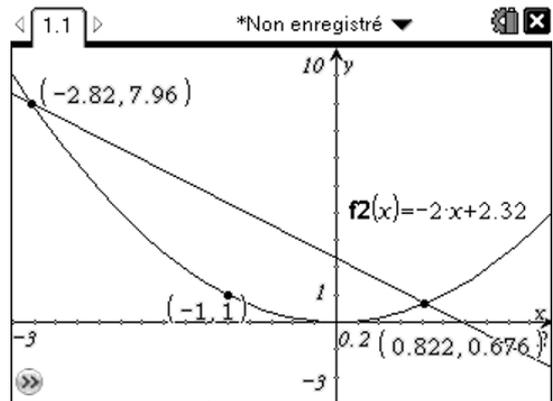
On peut faire tracer la tangente à la parabole en son point d'abscisse -1 et demander l'affichage de l'équation de cette tangente.

Placer d'abord un point sur la parabole :

Menu **7 : Points et droites**, **2 : Point sur**.

Déplacer le curseur près de la parabole, dès que celle-ci est désignée (graphique **f1**), cliquer, puis cliquer à nouveau pour fixer la position du point. .

Le point est construit et ses coordonnées sont affichées.



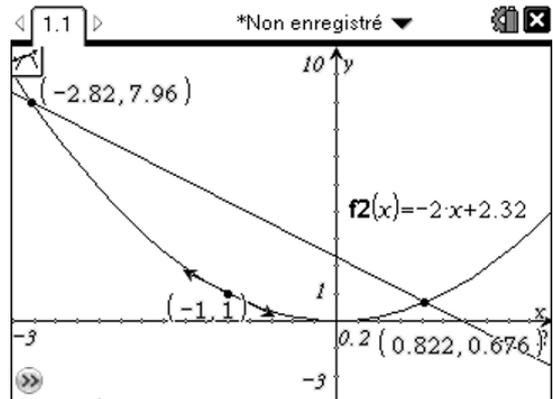
Remplacer l'abscisse de ce point par -1 :

Échap, placer le curseur sur l'abscisse, cliquer deux fois de suite, remplacer l'abscisse par -1 .

Tracer une tangente en ce point choisi :

Menu **7 : Points et droites**, **7 : Tangente**.

Montrer le point, valider.



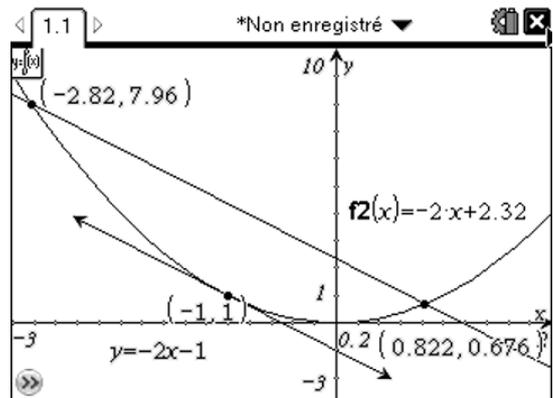
Modifier la longueur du segment qui représente la tangente :

Échap, placer le curseur sur l'une des extrémités ; lorsque celui-ci se transforme en une main ouverte, cliquer et étirer la tangente. Faire de même avec l'autre extrémité.

Obtenir l'équation de la tangente :

Menu **1 : Actions**, **7 : Coord. et éq.**

Désigner la droite, l'équation réduite s'affiche. Cliquer. Déplacer l'équation à l'endroit voulu et cliquer de nouveau.



Sauvegarder ce Classeur : **Fichier**, **Enregistrer sous...**

Le fichier est, ici, enregistré sous le nom : FonctionsNumeriques.

Exercice 2

On se propose maintenant d'étudier graphiquement dans un premier temps, le nombre de points communs de deux courbes d'équations respectives $y = a \cdot x^2$ et $y = g(x)$ où a désigne un nombre réel non nul et g la fonction définie par morceaux pour tout x réel de la manière suivante :

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \leq -2 \\ -2x-1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ 3x - \frac{9}{2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

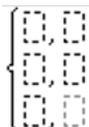
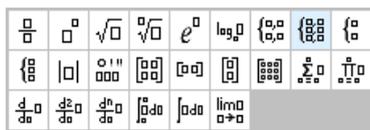
On étudiera en particulier les cas $a = -\frac{1}{2}$, $a = \frac{1}{2}$ et $a = 1$.

Si la présentation de l'écran de l'ordinateur ne fait pas apparaître tous les onglets, avoir recours à **Fenêtre, Réinitialiser la disposition de l'espace de travail**.

Ouvrir une nouvelle Activité et choisir l'application **Graphiques**.

Définir une fonction par morceaux :

Cliquer sur l'onglet  **Utilitaires** et faire apparaître le menu de **Modèles mathématiques** :



Choisir (double-clic).

Remplir les différentes expressions dans chaque ligne.

Pour écrire \leq et \geq , cliquer sur  **Symboles** dans les **Utilitaires**, puis double-cliquer sur les symboles.

On peut aussi taper respectivement $< =$ et $> =$.

Quand on saisit l'expression de la fonction, pour passer d'une zone à l'autre, on peut employer les flèches de l'ordinateur ou la tabulation.

Une fois la saisie terminée, valider par **Entrée**.

Cacher l'expression de $f1$ qui est apparue sur l'écran. Par un clic-droit sur « l'étiquette », choisir **2 : Cacher**.

On pourrait la faire réapparaître par :

Menu **1 : Actions, 3 : Afficher/Cacher**.

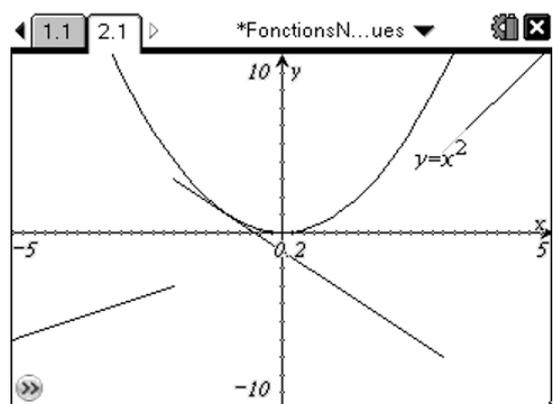
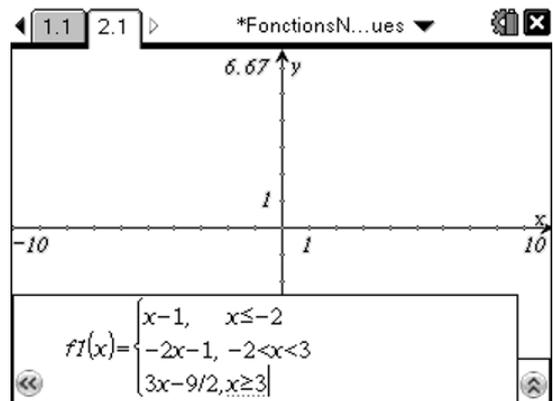
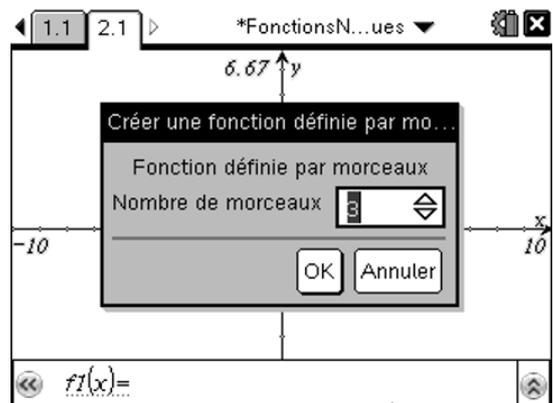
Faire tracer la courbe d'équation $y = x^2$:

Menu **1: Actions, 6: Texte**.

Cliquer , une case apparaît. Écrire x^2 et valider par **Entrée**.

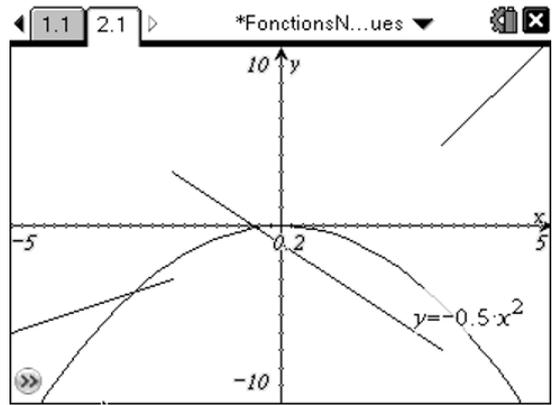
Avec la souris, rapprocher l'expression x^2 de l'un des axes. La représentation graphique de la courbe d'équation $y = x^2$ apparaît, ainsi que l'équation de la courbe.

Modifier la fenêtre d'affichage pour travailler dans $[-5 ; 5]$ en abscisse et dans $[-10 ; 10]$ en ordonnée.

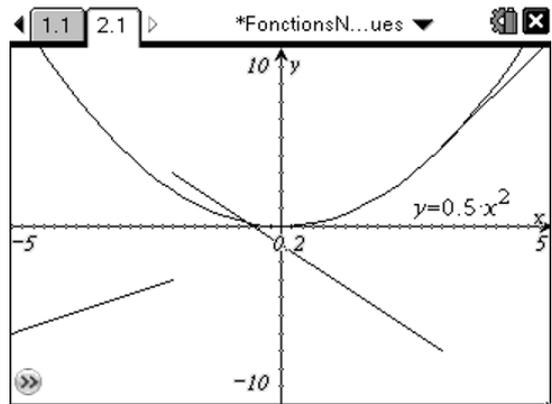


Approcher le curseur d'une branche de la parabole. Quand le curseur prend la forme d'une double-flèche ↔, la courbe apparaît en gras. En cliquant, on déforme alors la parabole. Son équation s'actualise au fur et mesure de la déformation.

Effectuer les conjectures en effectuant les modifications nécessaires.

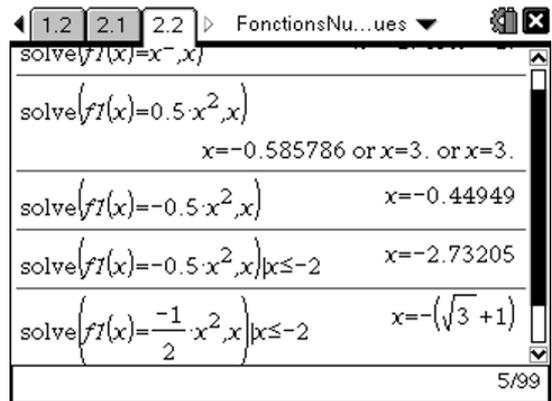


Afin d'étudier les cas précis correspondant aux valeurs de a données dans l'énoncé, placer le curseur sur l'équation de la parabole (« étiquette » apparaît). Appuyer deux fois de suite sur **Entrée** et effacer la valeur affichée pour a que l'on remplace par 0.5, par exemple. Un appui sur **Entrée** permet l'affichage du graphique correspondant.



Afin de valider¹ les conjectures qui viennent d'être effectuées, ouvrir une page de calculs : **Insérer, Calculs**.

On note que dans certains cas (ici fonction définie par morceaux) apparaît la mention « Autres solutions possibles ». Ici, on devra donc se placer dans les intervalles de définition. D'autre part, on remarque que les réponses données sous des formes différentes dans les deux dernières lignes : l'écriture décimale -0.5 dans l'avant dernière ligne force la réponse en mode approché, l'écriture $-\frac{1}{2}$ permet l'affichage de la solution en mode exact.



Remarque : après la fermeture de la parenthèse dans l'instruction solve, on a utilisé le symbole « | » qui signifie sachant que et qui s'obtient par **Alt Gr + .**

On peut remarquer d'autre part qu'une fonction peut être définie sur un intervalle, à partir d'une page **Calculs**.

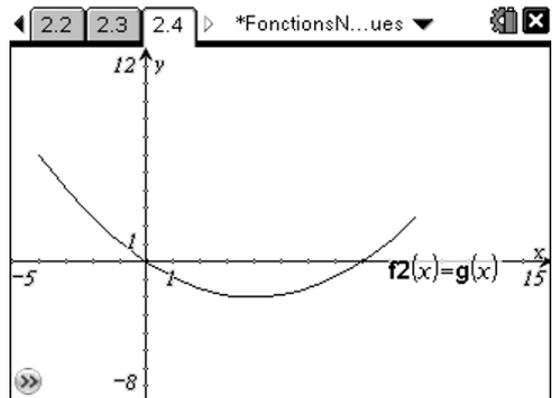
Dans une page **Calculs**, définir la fonction $x \mapsto \frac{1}{8}x^2 - x$ sur

l'intervalle $] -4 ; 10[$: Définir $g(x) = \frac{1}{8}x^2 - x \mid -4 < x < 10$

On peut remplacer « define $g(x) =$ » par « $g(x) :=$ ».

Dans une page **Graphiques**, dans la ligne de saisie, taper $g(x)$, puis **Entrée**. On obtient alors l'écran ci-contre, après avoir adapté la fenêtre d'affichage :

Menu **4** : Fenêtre, **1** : Réglage de la fenêtre.



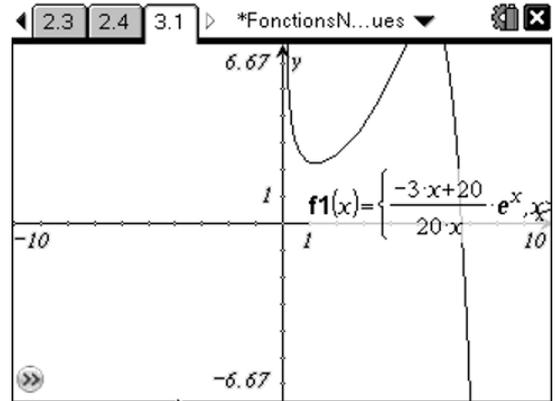
¹ Ici, nous utilisons le logiciel TI-Nspire CAS. Dans le logiciel sans calcul formel, toutes les valeurs obtenues sont approchées (fonction nSolve) et le résultat des deux dernières lignes est -2.73205 (voir le fichier FonctionsNumeriques_ordi.tns).

Exercice 3 : On considère sur $]0 ; +\infty[$ la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{-3x+20}{20x} \cdot e^x$.

On se propose d'explorer graphiquement cette fonction, minimum et maximum relatifs, zéro, d'interpréter graphiquement l'intégrale de f sur $[2 ; 5]$, et d'utiliser la table de valeurs pour déterminer une valeur approchée d'une des solutions de l'équation $f(x) = 5$.

Ouvrir une nouvelle Activité et choisir l'application **Graphiques**.

Faire afficher la représentation graphique de f .



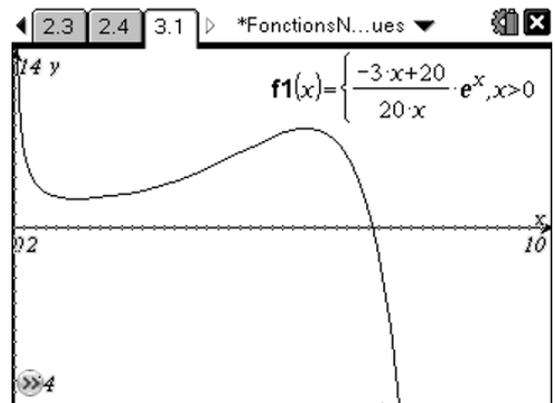
Modifier la fenêtre graphique à l'aide du curseur :

Placer le curseur dans l'écran au voisinage du réel -10 sur l'axe des abscisses ; sélectionner ce nombre, cliquer deux fois ; remplacer ce nombre par 0 .

Procéder de même pour les autres valeurs ou utiliser le réglage plus rapide des paramètres de la fenêtre afin d'obtenir l'écran ci-contre.

Fenêtre : $X_{min} = 0 ; X_{max} = 10 ; Y_{min} = -14 ; Y_{max} = 14$.

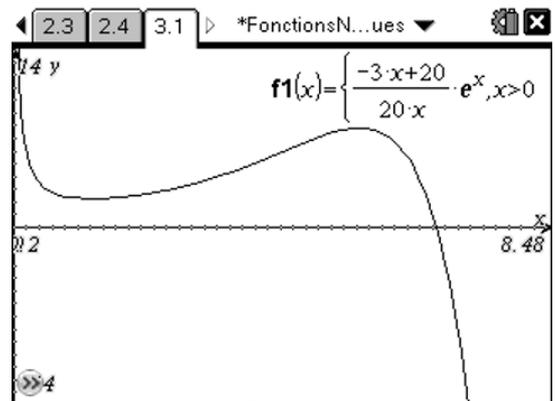
Déplacer éventuellement l'étiquette définissant $f1$.



Modifier l'échelle sur l'axe des abscisses seul à l'aide du curseur :

Placer le curseur près de la graduation de l'axe des abscisses ; dès l'obtention du message « axes » (les graduations apparaissent grandes), cliquer sur l'axe et appuyer sur la touche \hat{u} (**Maj**) ; tout en laissant le doigt appuyé sur \hat{u} faire glisser l'échelle des graduations jusqu'à obtenir le résultat souhaité.

Remarque : on peut modifier globalement les graduations sur les deux axes en n'utilisant pas la touche \hat{u} .

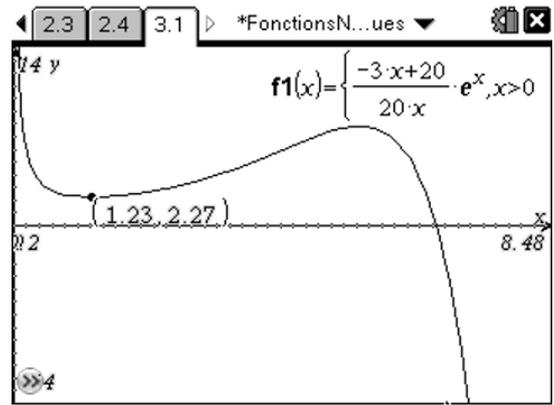


Découverte : Fonctions numériques - ordinateur

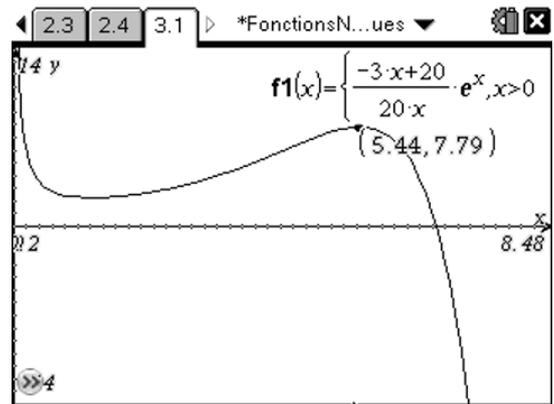
Faire afficher les coordonnées approchées des extremums de la fonction :

Choisir : **Point sur** ; montrer la courbe et cliquer une première fois pour désigner la courbe, une deuxième fois pour placer le point.

Échap ; sélectionner le point qui vient d'être dessiné, puis déplacer doucement le point en approchant du sommet correspondant au minimum relatif de la fonction ; le logiciel signale l'extremum par un encadré **minimum**. On obtient ainsi l'affichage d'une valeur approchée.

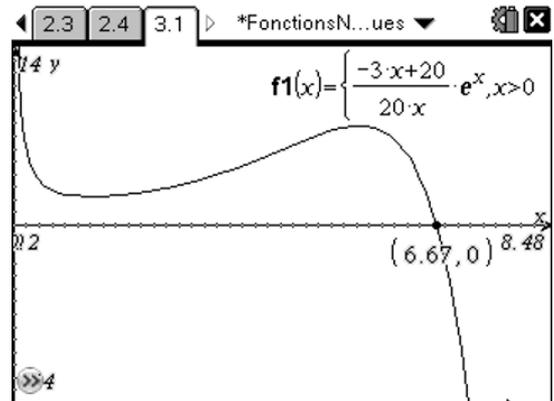


On procède de même pour l'autre extremum relatif, signalé par **maximum**.



Faire apparaître un zéro de la fonction :

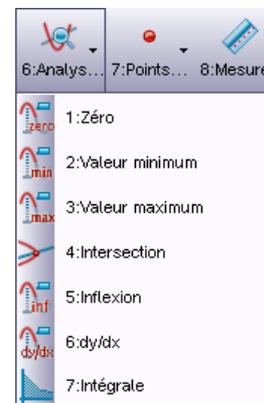
Déplacer le curseur jusqu'à ce que **zéro** s'affiche à l'écran ; on obtient une valeur approchée du zéro de f .



Une autre méthode, pour obtenir les extremums, les zéros, consiste à utiliser un procédé semblable à celui des calculatrices scientifiques.

Menu **6 : Analyser la représentation graphique**, puis choisir **1** (Zéro), **2** (Valeur minimum), **3** (Valeur maximum).

Le logiciel demande de faire le choix de deux valeurs (limite inférieure ? limite supérieure ?) qui permettent de situer l'extremum ou le zéro demandés).



Évaluer et interpréter graphiquement une intégrale :

Pour évaluer $\int_2^5 f(x).dx$,

Menu **6 : Analyser la représentation graphique**,
7 : Intégrale.

Désigner une borne inférieure et une borne supérieure. Une valeur approchée de l'aire correspondante, en unités d'aire, s'affiche. Mais les deux bornes ont été choisies arbitrairement.

Demander l'affichage des coordonnées des deux points situés sur l'axe des abscisses ; les modifier respectivement en 2 et 5.

Menu **1 : Actions**, **7 : Coord. et éq.**

On peut aussi obtenir les valeurs approchées souhaitées en ayant recours à l'application **Calculs** :

Ouvrir une page **Calculs**.

Compléter alors comme ci-contre.

Pour les extremums relatifs, on aura recours aux commandes figurant dans l'icône **4 : Analyse** du menu.

Les extremums étant relatifs, on précise un encadrement de la variable.

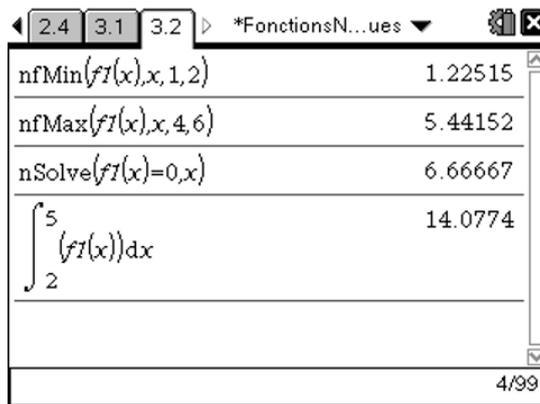
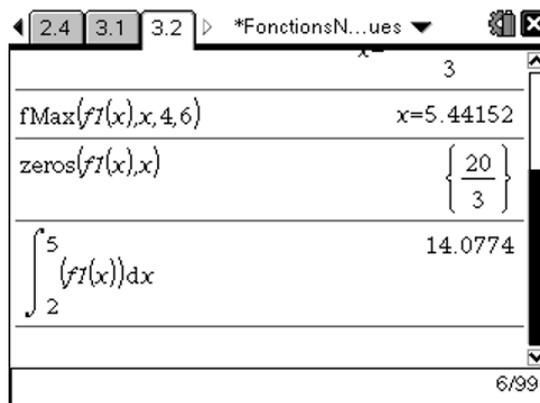
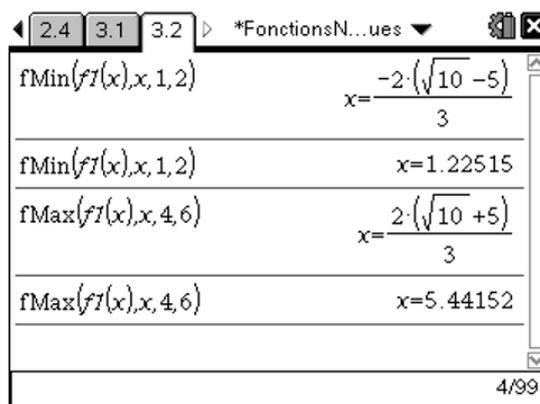
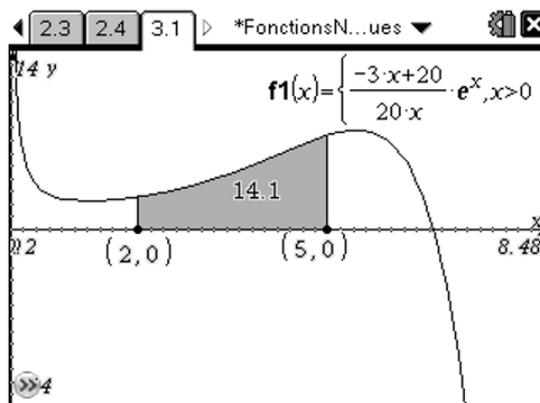
Les zéros sont obtenus avec la fonction zeros obtenue par **3 : Algèbre**, **4 : Zéros**. On peut aussi écrire directement zeros.

Pour l'intégrale, **4 : Analyse**, **3 : Intégrale**.

Remarque :

Les seules différences entre les logiciels CAS (avec calcul formel) et non CAS (sans), résident dans les deux écrans précédents qui ne font apparaître que des valeurs approchées.

La fonction zéros n'est pas présente (sauf pour les polynômes). On a alors recours à la résolution d'équation : **3 : Algèbre**, **1 : Résolution numérique**.



Revenir à la page **1** de l'activité **3** pour la suite de l'activité : **Ctrl + ←**.

Donner une valeur approchée d'une solution d'équation à l'aide de la table de valeurs :

On s'intéresse ici à la solution supérieure à 6 de $f(x) = 5$.

Menu **2** : Affichage, **9** : Afficher la table de valeurs, ou **Ctrl + T**.

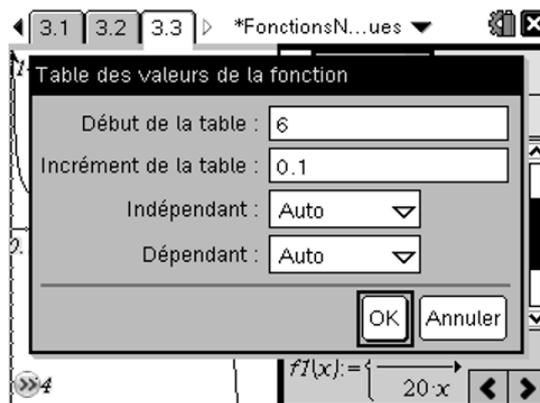
L'écran est automatiquement partagé et la table s'affiche à droite du graphique.

On peut, éventuellement, revenir au graphique par : **Ctrl + Tab**.

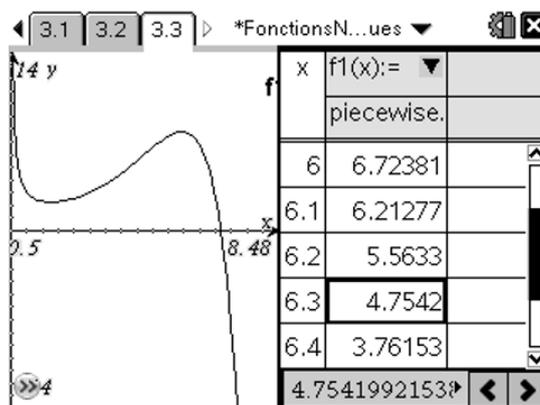
Dans la table de valeurs, on veut faire apparaître les coordonnées du point d'abscisse 6 et d'ordonnée 5 :

Menu **5** : Table des valeurs de la fonction, **5** : Éditer les réglages de la table.

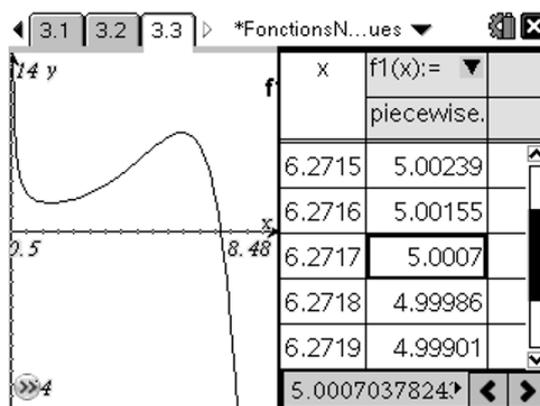
Changer les valeurs comme dans l'écran ci-contre.



On obtient l'écran ci-contre.



On peut à nouveau modifier les paramètres de la table afin d'affiner la recherche si nécessaire.



Remarque :

En cliquant sur la case « piecewise », on obtient, dans la ligne d'édition, l'expression de la fonction.

x	f1(x):=
6.2715	5.00239
6.2716	5.00155
6.2717	5.0007
6.2718	4.99986
$f1(x) := \begin{cases} -3 \cdot x + 20 & x < 0 \\ 20 \cdot x & e^x, x > 0 \end{cases}$	

Ce qui suit est destiné aux utilisateurs de TI-Nspire CAS.

Exercice 4 : Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$.

- 1) Étudier la fonction f en exploitant les possibilités de l'Éditeur mathématique.
- 2) Utiliser le fichier pour en déduire l'étude sur \mathbb{R} de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 5x^2 + 12x + 6.$$

Ouvrir une nouvelle Activité et choisir l'application **Éditeur mathématique**.

Partager l'écran : **Mise en page**, puis deuxième icône, partage vertical en deux.

Choisir l'application **Graphiques** dans la demi-page de droite.

Cliquer dans la demi-page de gauche.

Saisir le texte « Fonction f définie par ».

Insérer une boîte de saisie mathématique :

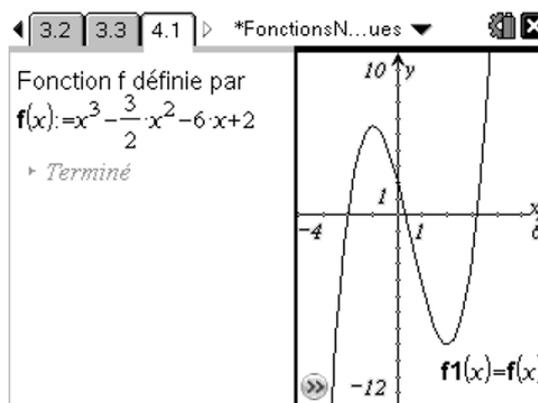
3 : Insertion, 1 : Boîte saisie math ou **Ctrl + M**.

Saisir dans la boîte $f(x) := x^3 - 3/2 * x^2 - 6x + 2$, puis **Entrée**.

Cliquer sur la ligne de saisie de la demi-page de droite et compléter la ligne $f1(x) =$ par $f(x)$. Valider par **Entrée**.

Modifier éventuellement la fenêtre d'affichage.

Si besoin est, avec la souris positionnée sur la ligne de séparation, ajuster les deux demi-pages comme ci-contre.



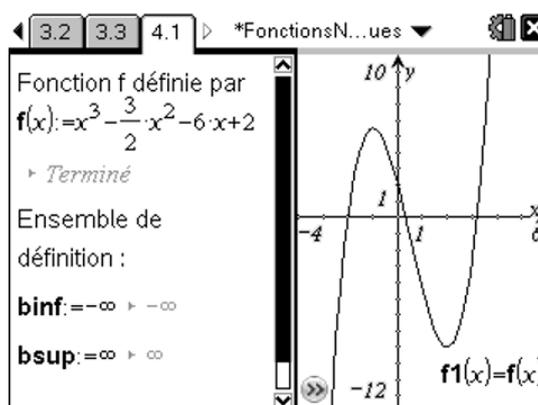
Ajouter le texte :

Ensemble de définition :

Insérer une boîte de saisie dans laquelle saisir $\text{binf} := -\infty$ suivi de **Entrée**, puis opérer de même pour $\text{bsup} := \infty$.

Pour ∞ , cliquer sur **∞** Symboles dans les **Utilitaires**, puis double-cliquer sur le symbole.

Remarque : binf et bsup sont les bornes inférieures et supérieures de l'intervalle d'étude, définies par l'utilisateur.



Étude de la dérivée

Saisir le texte « Dérivée ».

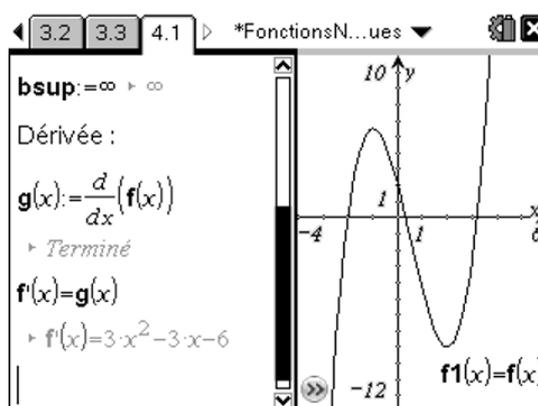
Dans une boîte mathématique saisir $g(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$ et valider².

Pour $\frac{d}{dx}$: Menu **6 : Calculs, 4 : Analyse, 1 : Dérivée**,

ou recourir aux **Modèles mathématiques** des **Utilitaires**.

Puis, dans une boîte de saisie, écrire le texte $f'(x) = g(x)$.

Valider.



² Nous définissons g pour éviter d'écrire dans la suite, plusieurs fois, $\frac{d}{dx}(f(x))$; f' ne peut pas être défini comme variable.

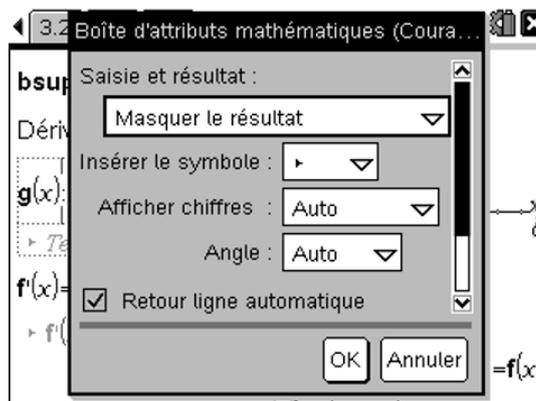
Améliorer l'affichage :

À l'aide du pavé de navigation remonter sur la ligne $g(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$ ▶ Terminé, puis ouvrir la boîte d'attributs

mathématiques et compléter comme ci-contre.

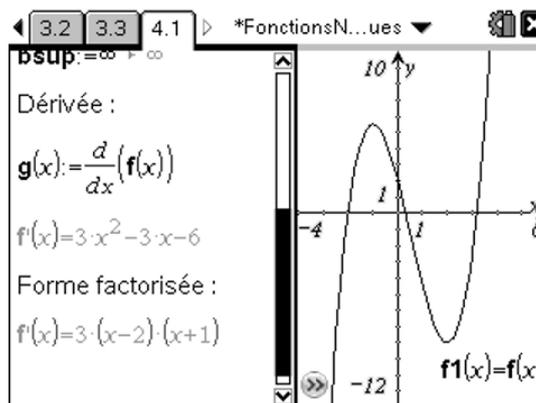
Menu **5 : Options de la boîte mathématique, 1 : Boîte d'attributs mathématiques.**

Pour la ligne $g(x)$ ▶ $3x^2 - 12x + 9$, procéder de même en masquant cette fois-ci la saisie.



Factoriser la dérivée :

Dans une boîte de saisie, écrire : $f'(x)=factor(g(x))$ et masquer la saisie.



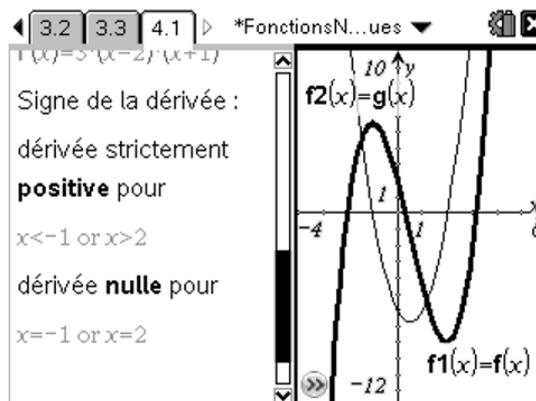
Étude du signe de la dérivée :

Utiliser deux boîtes de saisie avec les instructions solve($g(x)>0,x$) et solve($g(x)=0,x$). On masquera la saisie pour chaque boîte.

Courbe représentative de la dérivée :

En demi-page de droite, faire apparaître la ligne de saisie (en cliquant sur l'icône en bas à gauche ou par **Ctrl + G**), saisir $f2(x)=g(x)$ et valider par **Entrée**.

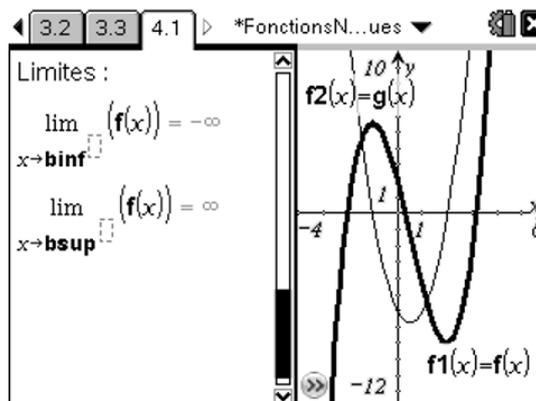
On a renforcé l'épaisseur de la courbe de f (clic-droit, **3 : Attributs**).



Étude des limites aux bornes :

Utiliser l'instruction limite dans une boîte de saisie mathématique.

Menu **6 : Calculs, 4 : Analyse, 4 : Limite** ou recourir aux **Modèles mathématiques** des **Utilitaires**.



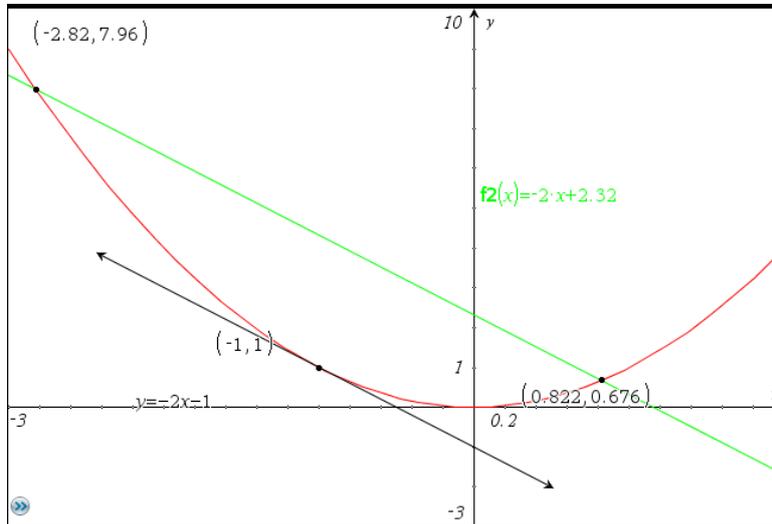
L'activité peut être réutilisée, par exemple avec la fonction f définie dans la question 2 de l'exercice 4. Il suffit de modifier l'expression de départ, ainsi que les bornes de l'ensemble de définition (si besoin est) et tous les résultats se mettent à jour. On devra modifier la fenêtre d'affichage. Voir fichier FonctionsNumériquesCAS_ordi.

Représentation en mode « Ordinateur »

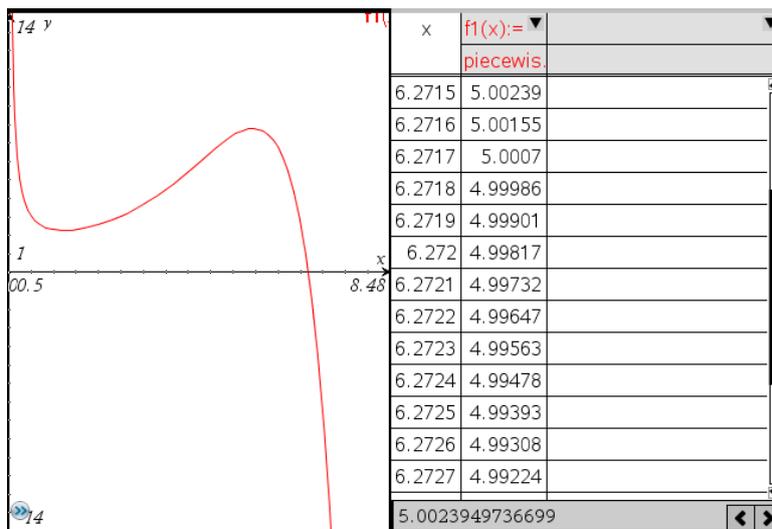
Le professeur pourra privilégier, comme nous l'avons fait, l'affichage « Calculatrice » pour transmettre des fichiers aux élèves (sur leur calculatrice). Toutefois, pour des vidéo-projections en classe, il a la possibilité de choisir l'affichage « Ordinateur » qui permet de mieux différencier les éléments de l'écran.

Voici trois écrans obtenus en Affichage « Ordinateur ».

Exercice 1



Exercice 3



Exercice 4

