|  |  |
| --- | --- |
| **Probabilités**  **TI graphiques (83 Premium CE & 82 Advanced)** | **La loi géométrique tronquée** |

**Le problème :** L’épreuve consiste à lancer une pièce de monnaie parfaitement équilibrée autant de fois que nécessaire à l’obtention du premier « Pile ».

*X* désigne la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de lancers nécessaire à l’obtention du premier « Pile » si celui-ci est inférieur ou égal à 4 et qui prend la valeur 0 sinon. On arrête donc le jeu au bout de 4 lancers au maximum.

**1. Simulation de quelques réalisations de *X***

|  |  |
| --- | --- |
| Le lancer d’une pièce peut se simuler directement avec l’instruction **entAléat(0,1)** (accessible dans le menu » **PRB 5**) qui retourne 1 (Pile pour nous) ou 0 (Face pour nous) avec la probabilité. |  |
| Il est possible de réaliser une liste de quatre lancers successifs en ajoutant un 4 dans l’instruction précédente comme le montre l’écran ci-contre.  Lire la valeur prise par *X* dans chacun des cas. |  |

**Réalisation d’un programme pour simuler la variable aléatoire *X***

|  |  |
| --- | --- |
| Algorithme | Instructions du programme SIMUL |
| Initialiser la variable *X* à 0  Initialiser la variable *K* à 0  Tant que *X* = 0 et *K* < 4  *X* prend la valeur nbrAléatEnt(0,1)  Ajouter 1 à *K*  Fin du tant que  Si *X* = 0  Alors afficher *X*  Sinon remplacer *X* par *K* et afficher *X*  Fin du Si |  |

Saisir le programme précédent sur la calculatrice (on le nomme SIMUL) et l’essayer plusieurs fois.

L’évènement *X* = 0 se produit-il fréquemment ?.......................................................................................

**2. Approche expérimentale de la loi de *X***

Réalisation d’un programme pour simuler *n* fois la variable aléatoire *X* et comptabiliser les résultats :

|  |  |
| --- | --- |
| Algorithme | Instructions du programme NFOIS |
| Initialiser la liste L1 à {0,1,2,3,4}  Initialiser la liste L2 à {0,0,0,0,0}  Saisir le nombre *N* d’essais  Pour I allant de 1 à *N*  Exécuter le programme SIMUL  Ajouter 1 au terme de rang *X* + 1de la liste L2.  Fin du Pour |  |

En choisissant *N* = 200 compléter le tableau ci-dessous en affichant la liste L2 une fois le programme exécuté.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Effectif |  |  |  |  |  |
| Fréquence |  |  |  |  |  |

En utilisant les résultats de la simulation effectuée, donner une estimation de l’espérance mathématique de *X* et de sa variance.

Moyenne : ……………………….. Variance : …………………………………

**3.** **Vers la loi théorique**

Compléter l’arbre suivant :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Lancer 1 | Lancer 2 | Lancer 3 | Lancer 4 | Valeur de *X* |
| ½ P |  |  |  |  |
|  | P |  |  |  |
| ½ F |  | P |  |  |
|  | F |  | P |  |
|  |  | F |  |  |
|  |  |  | F |  |

En utilisant l’arbre précédent, compléter le tableau de probabilité suivant (on donnera les valeurs exactes).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *P*(*X* = *k*) |  |  |  |  |  |

Comparer les résultats avec ceux du tableau correspondant aux 200 simulations de *X*.

…………………………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………………………..

Montrer que les nombres *P*(*X* = 1), *P*(*X* = 2), *P*(*X* = 3) et *P*(*X* = 4) forment une suite géométrique.

…………………………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………………………..

On dit que la variable aléatoire *X* suit une loi géométrique tronquée (tronquée car on a arrêté le jeu à 4 lancers).

**4. Espérance mathématique et variance**

Calculer la valeur exacte de l’espérance mathématique de *X* et sa variance.

*E*(*X*) = ……………………………. *V*(*X*) = ………………………………..

Comparer avec les résultats trouvés en question **2**.