

Probabilité - Statistique

TI graphiques (82, 83, 84)

Intervalle de confiance d'une fréquence

1. Objectifs

Comprendre la notion d'intervalle de confiance d'une fréquence, être capable de le calculer puis d'interpréter le résultat.

2. Énoncé

1. Dans un grand pays démocratique, un quotidien publie toutes les semaines la « cote » du chef de gouvernement à partir d'un sondage réalisé sur un échantillon représentatif de 500 personnes. Entre deux sondages consécutifs, la « cote » passe de 38 % à 36 %. Le journaliste commente en disant « Le chef du gouvernement perd 2 points ». Qu'en pensez-vous ?

2. Et si, au lieu d'interroger 500 personnes, on en avait interrogé 10 000 avec toujours les mêmes résultats : 38 % le jour 1 et 36 % le jour 2 ?

3. Résolution

Remarque préliminaire : le menu **(stats)** TESTS de la calculatrice

Ce menu propose toute une gamme de fonctions : comparaison de deux moyennes (1, 2, 3, 4, 9 et 0), estimation d'une moyenne (7 et 8), estimation d'une proportion (A), comparaison de proportions (5, 6 et B), test du Khi^2 (C et D), test sur les coefficients d'une droite de régression (E) et analyse de la variance (F). Nous allons utiliser ici la fonction A qui donne un intervalle de confiance d'une proportion.

Partie 1 : échantillons de taille 500

Jour 1

Dans un échantillon de 500 personnes, 38 % approuvent l'action du chef de gouvernement ; on peut donc (seulement) estimer la « vraie cote de popularité » du chef de gouvernement à 38 % et on peut accompagner cette estimation d'un intervalle de confiance à 95 %

Utilisons **(stats)** TESTS, choix A.

Entrons les données : l'effectif observé x (0.38*500), la taille n de l'échantillon (500), le niveau de confiance (0.95).

Remarque : on a tapé 0.38*500 et la machine a effectué le calcul et affiche 190.

(entrer) sur **Calculs** donne les résultats (voir écran ci-contre) qu'il est possible de traduire :

« L'intervalle [33,7 % ; 42,3 %] contient très probablement (le seuil de confiance est de 95 %) la *vraie* cote de popularité du chef du gouvernement le jour de l'enquête ».

```
1-PropZInt
x:190
n:500
Niveau-C:.95
Calculs
```

```
1-PropZInt
(.33745,.42255)
P=.38
n=500
```

Jour 2

Dans un échantillon de 500 personnes, 36 % approuvent l'action du chef de gouvernement ; on peut donc (seulement) estimer la « vraie cote de popularité » du chef de gouvernement à 36 % et on peut accompagner cette estimation d'un intervalle de confiance à 95 %.

```
1-PropZInt
x:180
n:500
Niveau-C: .95
Calculs
```

En procédant comme pour le jour 1, on obtient les résultats qu'il est possible de traduire :

« L'intervalle [31,7 % ; 40,3 %] contient très probablement (le seuil de confiance est de 95 %) la *vraie* cote de popularité du chef du gouvernement le jour de l'enquête ».

```
1-PropZInt
(.31793, .40207)
P=.36
n=500
```

Conclusion : les deux intervalles de confiance obtenus ont une intersection non vide... Il est donc difficile d'écartier l'hypothèse que, dans la population, il n'y a pas eu d'évolution de la cote de popularité du chef de gouvernement entre le jour 1 et le jour 2. Il est même possible qu'il y ait eu une augmentation : il est tout à fait possible que, le jour 1, la *vraie* cote fût à 35 % (la partie basse de l'intervalle de confiance) et que, le jour 2, elle soit à 39 % (la partie haute de l'intervalle de confiance) : ce n'est pas vraiment une baisse !
Autrement dit : « *les différences observées entre les deux sondages ne sont pas significatives et il est impossible d'en tirer une conclusion quant à l'évolution de la cote de popularité du chef de gouvernement !!!* »

Partie 2 : échantillons de taille 10 000

En procède de la même manière que dans la partie 1 (voir les quatre écrans ci-dessous) et on peut conclure.

Jour 1

```
1-PropZInt
x:3800
n:10000
Niveau-C: .95
Calculs
```

$f = 38\%$

```
1-PropZInt
(.37049, .38951)
P=.38
n=10000
```

« L'intervalle [37 % ; 39 %] contient très probablement (seuil de confiance : 95 %) la *vraie* cote de popularité du chef du gouvernement le jour de l'enquête ».

Jour 2

```
1-PropZInt
x:3600
n:10000
Niveau-C: .95
Calculs
```

$f = 36\%$

```
1-PropZInt
(.35059, .36941)
P=.36
n=10000
```

« L'intervalle [35 % ; 37 %] contient très probablement (seuil de confiance : 95 %) la *vraie* cote de popularité du chef du gouvernement le jour de l'enquête ».

Conclusion : les deux intervalles de confiance obtenus ont une intersection vide ; cette fois-ci, nous pouvons avec confiance dire que la *vraie* cote de popularité du chef du gouvernement a baissé entre les deux sondages. Autrement dit : « *les différences observées entre les deux sondages sont significatives* »...

Voilà pourquoi il est possible d'annoncer les résultats (ou plutôt de faire des estimations qui vont s'affiner pour aboutir aux résultats) des élections à la télévision française à 20 h (alors qu'il reste encore beaucoup de bulletins à dépouiller).