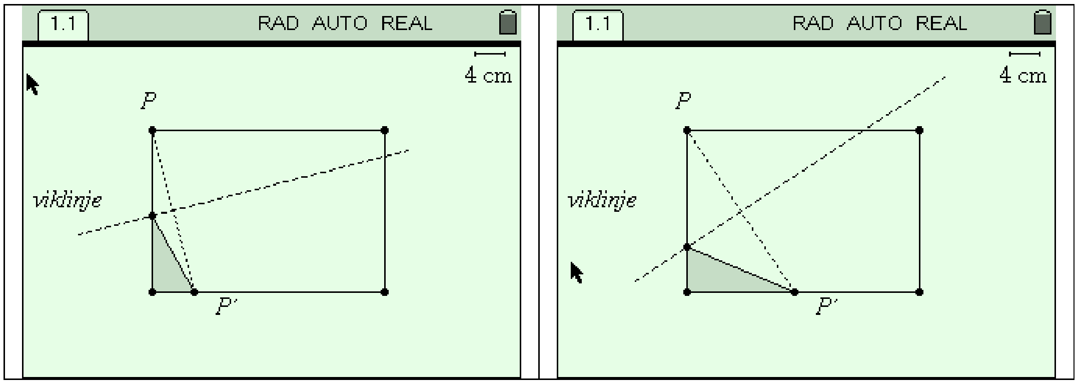
Laboration: Att vika ett A4-papper

Vik ett A4-papper så att det övre vänstra hörnet, P, hamnar på motstående långsida i en punkt som vi kallar P´. Då bildas en rätvinklig triangel där den nedvikta sidan blir hypotenusa. Undersök hur arean av denna triangel beror av läget av det nedvikta hörnet, dvs av läget av P´. Se bilderna nedan där den intressanta triangeln är skuggad!



Några steg på vägen

- Bekanta dig med problemet genom att göra några olika vikningar av ett A4-papper. Mät lämpliga sträckor och beräkna triangelarean i de olika fallen.
- Öppna filen *vik A4.tns* där konstruktionen finns gjord så som bilderna ovan visar. Rektangeln är konstruerad så att dess mått är skalenliga med ett A4-papper.
- Punkten P´ är flyttbar längs den nedre långsidan. Använd greppverktyget och flytta den för att studera vad som inträffar med triangelarean.
- Mät arean hos triangeln med verktyget Area. Mät också triangelns bas, dvs längden mellan nedre vänstra hörnet och P´. Använd verktyget Length.
- Lagra dessa båda som variabler (använd tangenten h följt av Store och ge dem lämpliga namn). Studera sedan sambandet mellan dessa (Automated Data Capture i en Lists & Spreadsheet applikation följt av graf i en Graphs & Geometry applikation).

Matematisk nivå

Lösningen i följande läraranvisning är indelad i tre steg utifrån matenatisk nivå.

Steg 1 kan användas från grundskolans senare del och matematik kurs A.

Steg 2 kan användas för avancerade elever från grundskolans senare del och matematik kurs A

Steg 3 förutsätter kunskaper från kurs C.

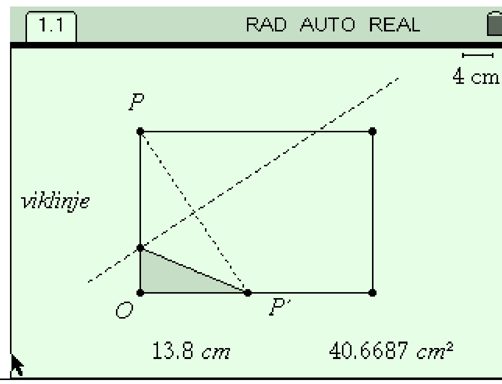
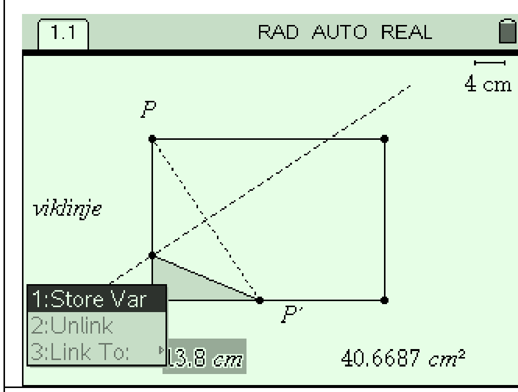
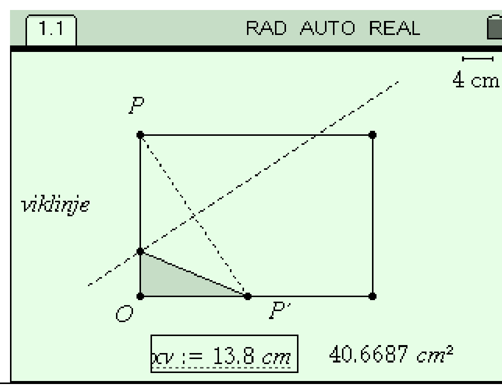
Teknisk nivå

Någon tidigare erfarenhet av TI-Nspire är viktig. Se detaljer i läraranvisningen.

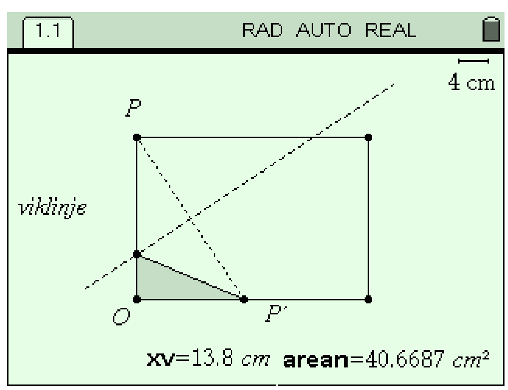
Läraranvisning:

Steg 1: Finn ett samband grafiskt och bestäm största värdet

<table>
<tr>
<td>Mät längden av OP (Measurement, Length) och arean av triangeln (Measurement, Area).

Lagra OP med variabelnamnet *xv* (markera det numeriska värdet och tryck på tangenten h . Skriv in variabelnamnet istället för **var** och tryck ·).</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Upprepa sedan för arean. Döp den till *arean*.

Flytta nu punkten P´ med hjälp av greppverktyget och observera hur arean hos triangeln varierar.

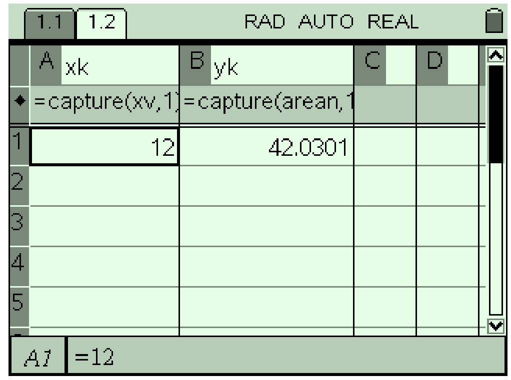
Uppmuntra eleverna att försöka finna ett största värde på detta sätt.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Infoga en sida med Lists & Spreadsheet. Placera markören i cell A1 och välj automatisk datainsamling (Data, Data Capture, Automated Data Capture).

Skriv som variabelnamn in *xv* och tryck på · .

Upprepa för arean i cell B1.

Döp de båda kolumnerna i deras respektive titelceller till *xk* och *yk*.



Återvänd till sida 1.1 (G&G) och drag punkten P´ så att den passerar de ställen där en triangel bildas. Nu överföres mätvärdena till Lists & Spreadsheet applikationen.

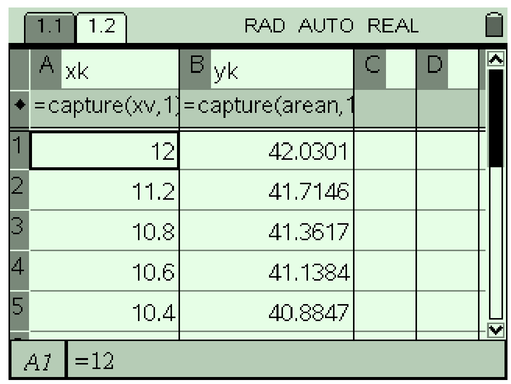
Återvänd till sidan 1.2 för att studera resultatet i listorna.

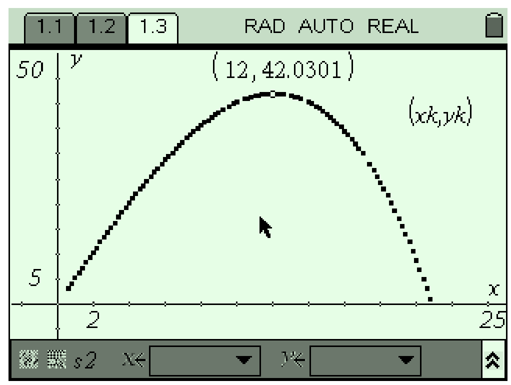
Infoga en sida med Graphs & Geometry och ändra till punktdiagram (Graph Type, Scatter Plot).

Välj *xk* som x-variabel och *yk* som y-variabel och justera fönsterinställningarna så att grafen blir synlig (Window, Zoom-Data). Efterjustera om så behövs (Window, Window Settings).

Ändra markörerna så att de blir mindre för att ge en tydligare bild (Actions, Attributes och klicka på grafen). I bilden är *Square* valt.

Använd spårningsfunktionen för att finna maximala värdet (Trace, Graph Trace).





Steg 2: Finn ett uttryck för funktionen med hjälp av CAS

Infoga en Calculator applikation. Med beteckningarna *hyp* för hypotenusan och *x* för basen (sträckan OP´) blir den vertikala kateten i triangeln *a-hyp* där *a* är känd, höjden av pappret 20,9 cm.

Sambandet mellan *x* och *hyp* tecknas med Pythagoras sats och *hyp* löses ut.

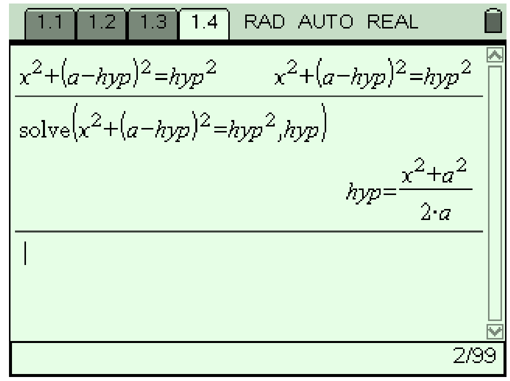
Arean av triangeln definieras som *area(x)* för ett allmänt värde på *a*.

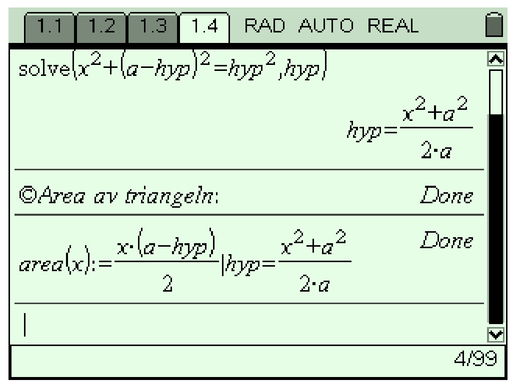
Sedan definieras *f1(x)* som den speciella funktion *area(x)* för vilken a=20.9.

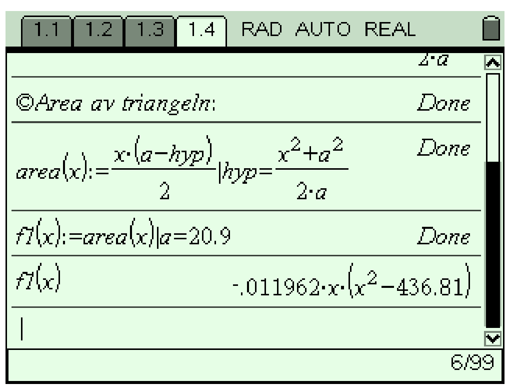
Nu ritas f1(x) tillsammans med punkt-diagrammet på sidan 1.3.

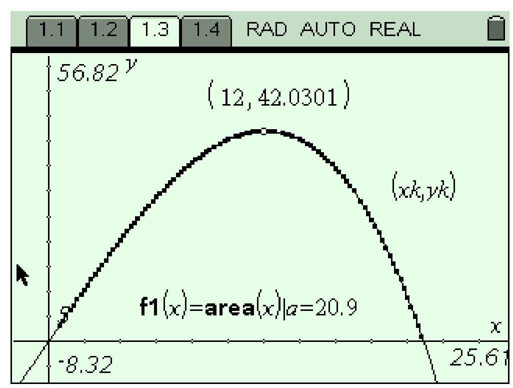
Kommentar:

Det är sannolikt mycket enklare för eleverna att direkt införa det numeriska värdet för a redan i Pythagoras sats ovan.



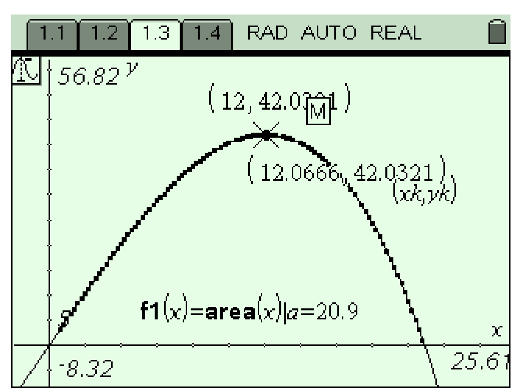






Med spårningsfunktionen söks maximipunkten på *f1(x)* upp (Trace, Graph Trace följt av pil-upp för att komma fråm punktdiagrammet till grafen av *f1(x)*).

Det erhållna maxvärdet avviker, som framgår av bilden intill, något från det värde som erhölls med den diskreta modellen i det här fallet. Detta ger en bra anledning att diskutera med eleverna hur detta kan vara möjligt.



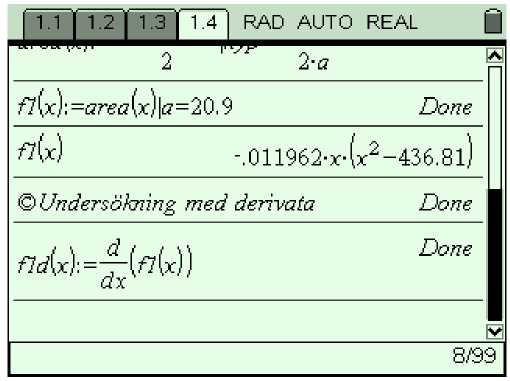
Steg 3: Bestämning av maximipunkten med hjälp av derivata

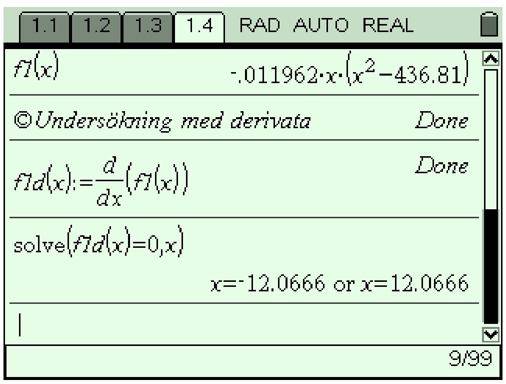
Maximipunkten bestäms med derivatans hjälp. Om en duktig elev vill arbeta i ett mera generellt fall kan denne använda area(x) för att definiera derivatan.

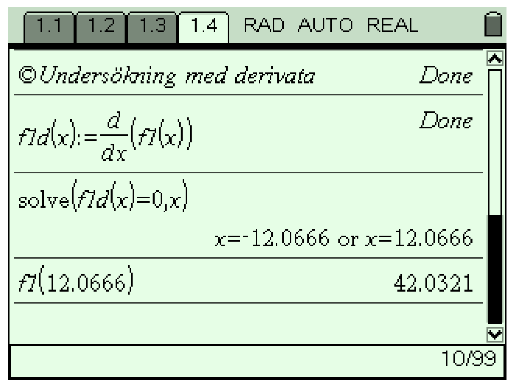
Derivatan av *f1(x)* definieras som *f1d(x)* (Calculus, Derivative).

Derivatans nollställen bestäms (Algebra, Solve). Det är här viktigt att diskutera varför det kan bli två lösningar och varför den ena inte är rimlig.

Funktionsvärdet beräknas för det positiva x-värdet. Detta ger maxpunktens koordinater.







Extra för den duktige eleven

Låt eleven utföra den inledande konstruktionen så som den finns klar i filen *vik A4.tns.*

Lärarstöd:

- Ett segment har placerats på den nedre långsidan.
- Punkten P´ har placerats på detta segment och kan därmed inte röras utanför denna sida.
- Vikningslinjen har konstruerats som mittpunktsnormalen (perpendicular bisector) till sammanbindningslinjen mellan P och P´.
- Triangeln har konstruerats med hjälp av P´, det nedre vänstra hörnet och skärningspunkten mellan viklinjen och den vertikala sidan i rektangeln.