

La Función Logarítmica y la Función Exponencial

1. OBJETIVO: Identificar, en un circuito **RC**, que la relación entre voltaje y tiempo durante el proceso de carga/descarga de un capacitor, se modela a través de una función logarítmica y una función exponencial, respectivamente.

LA PRÁCTICA INCIDE SOBRE EL DESARROLLO DE LAS SIGUIENTES:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ¹	COMPETENCIAS GENÉRICAS ²
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.</p> <p>6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.</p> <p>7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

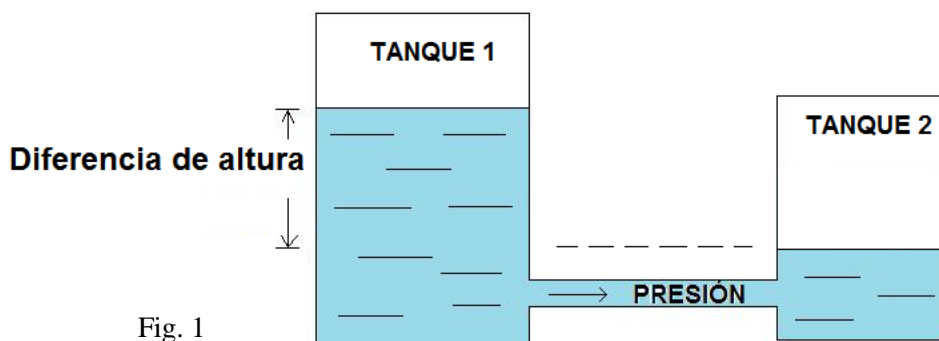
¹ <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

² http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competencias_altares.pdf

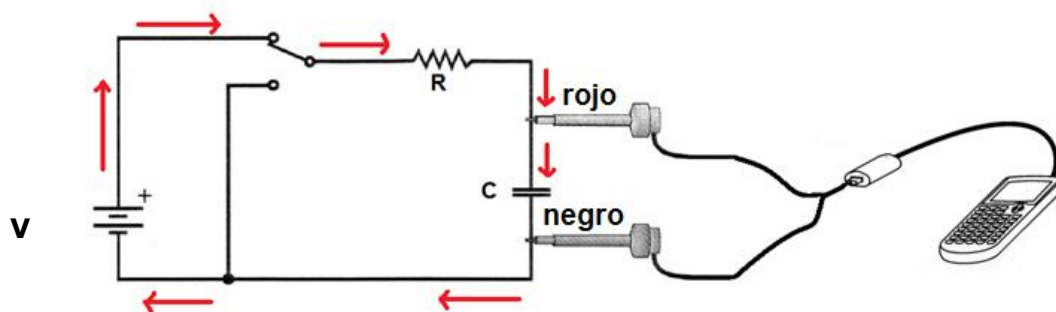
II. MATERIAL:

- Calculadora graficadora **TI-Nspire CX**
- **EasyLink**
- Sensor de voltaje Vernier
- Circuito con capacitor de $10\mu\text{F}$, y resistencias de $22\text{ k}\Omega$ y $47\text{ k}\Omega$

III. INTRODUCCIÓN. ¿Alguna vez has visto un flujo eléctrico? Es curioso pero, a pesar de que nuestro estilo de vida depende en gran medida de la electricidad, no podemos observar un flujo o corriente eléctrica directamente. Sin embargo, podemos imaginar que éste, se comporta de forma similar a una corriente de agua que sale del fondo de un tanque, con una cierta presión, cuando hay una diferencia en los niveles de agua de los dos recipientes, como se muestra en la figura siguiente:



El líquido almacenado fluirá del tanque 1 al tanque 2, gracias a la presión hidrostática generada por la diferencia de alturas en los niveles de agua en los dos tanques. Este mismo principio de funcionamiento lo encontraremos en la práctica que nos proponemos realizar, ya que las cargas eléctricas fluirán gracias no a una diferencia de alturas, pero sí a una diferencia de voltaje V , voltaje que fluirá en el circuito (Fig. 2) desde una fuente hasta un capacitor C cuya carga inicial es cero. Un capacitor (o condensador), es un componente electrónico usado para almacenar energía eléctrica. Conviene saber que muchos de los dispositivos electrónicos que usamos lo tienen, como las calculadoras y las cámaras fotográficas. En las cámaras, antes de usar el flash electrónico, la energía es transferida de la batería al capacitor. Esa energía se disipa rápidamente en el flash cuando se pulsa el botón. ¡El resultado es una luz brillante!



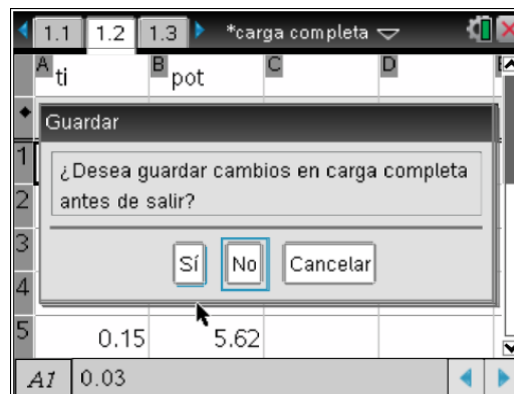
A continuación, obtendremos, con el apoyo de la **TI-Nspire**, el **EasyLink** y el **sensor de voltaje**, datos correspondientes al proceso de carga del capacitor y, posteriormente, su respectiva descarga.

IV. INSTRUCCIONES:

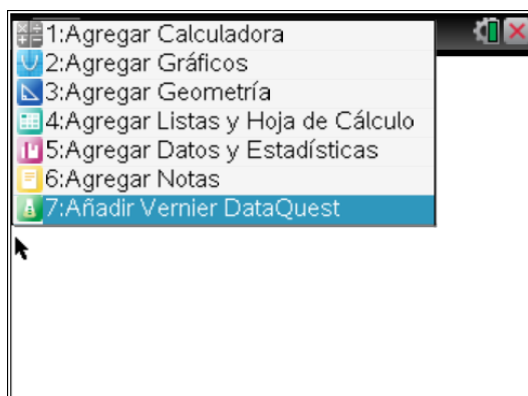
1.- Crea en tu calculadora un Nuevo Archivo



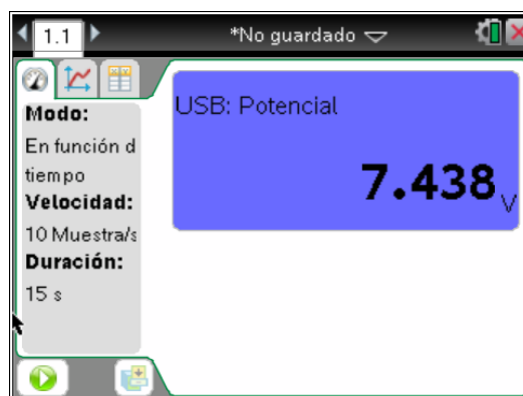
2.- No es necesario guardar los cambios.
Da click en NO




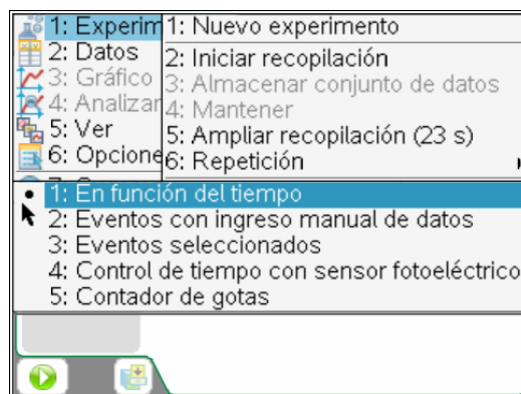
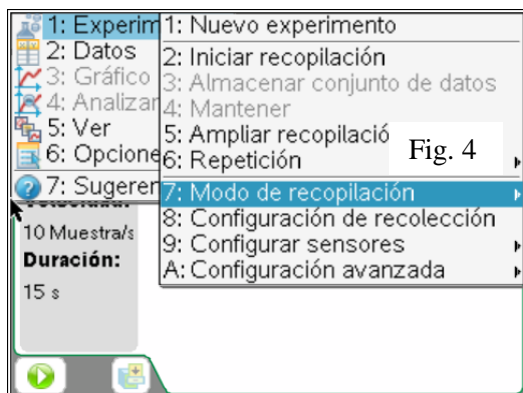
3.- Selecciona **Añadir Vernier DataQuest**



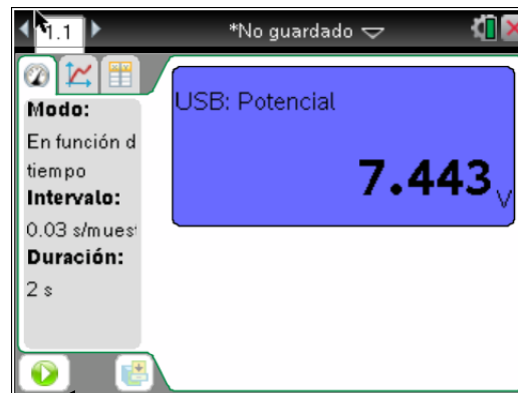
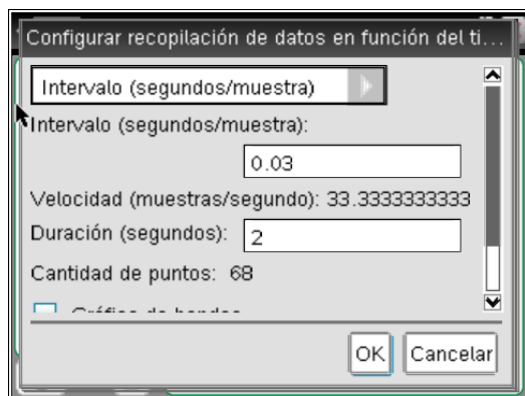
4. Conecta el **EsayLink** a la calculadora y ésta mostrará en pantalla la primera lectura correspondiente al sensor utilizado



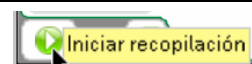
5. Configura el Experimento con  1-7-1, como se muestra en las pantallas



6.- Selecciona la opción **Intervalo** (segundos/muestra) e introduce 0.03 y en **Duración** pondremos 2 segundos, que es lo que durará el experimento. Esta configuración nos permitirá tomar suficientes datos del proceso de carga del capacitor



7.- Inicia la recopilación oprimiendo

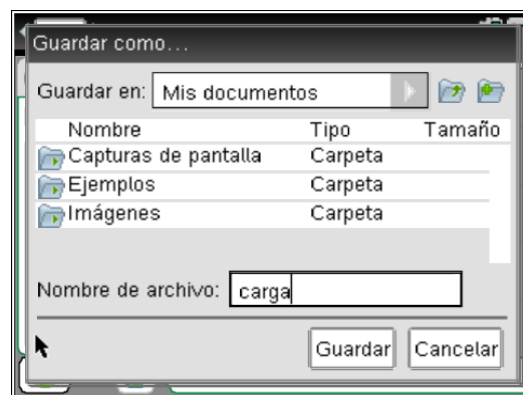
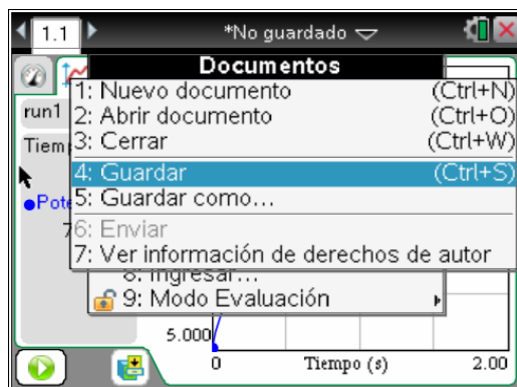
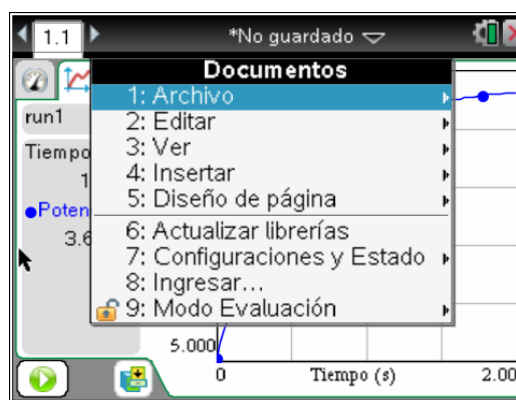



Y activando el interruptor del circuito simultáneamente


8.- Por la duración del experimento que es muy breve, enseguida obtendrás la siguiente pantalla que te muestra la carga del condensador

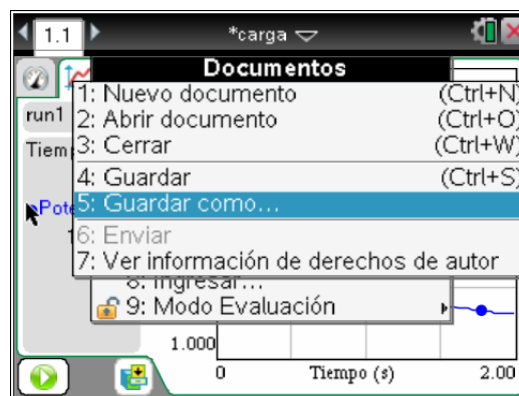
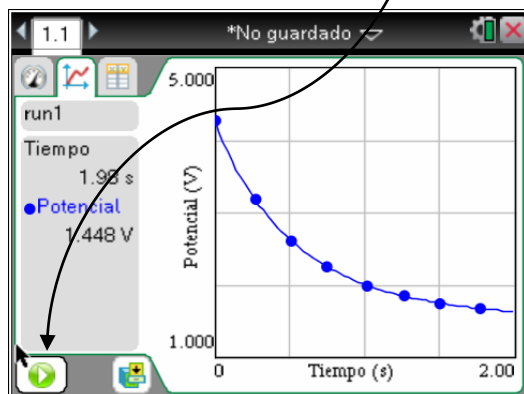


9.- **IMPORTANTE!** Guarda el documento para su uso posterior en un archivo con el nombre **carga** pulsando **doc** -1-4, como se ve en las pantallas siguientes



10. A continuación, apaga el interruptor del circuito para descargar el capacitor. Simultáneamente debes pulsar  para coleccionar los valores del voltaje de esta segunda etapa del experimento

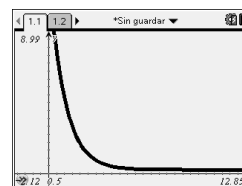
11. Guarda también los datos de la **descarga** en un archivo con este nombre pulsando  -1-5



V. EJERCICIO

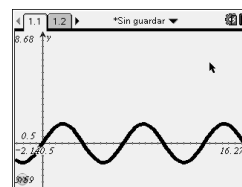
En cada uno de los enunciados siguientes, se describe el comportamiento de una variable a medida que la variable independiente va aumentando. Relaciona las gráficas de la derecha, con los enunciados de la izquierda, colocando el número correspondiente dentro del paréntesis respectivo

1. La variable dependiente cambia con velocidad variable. Primero aumenta rápidamente, después más lentamente hasta detener su crecimiento. De inmediato, comienza a disminuir rápidamente, después lentamente hasta detenerse y finalmente comienza a aumentar nuevamente.



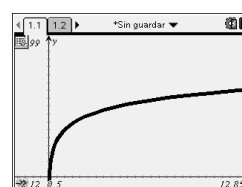
()

2. La variable dependiente aumenta a velocidad constante



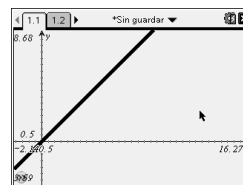
()

3. La variable dependiente disminuye, primero rápidamente y después muy lentamente, hasta estabilizarse



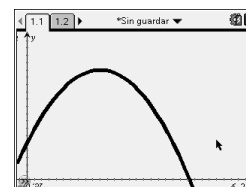
()

4. La variable dependiente crece y después decrece. Este comportamiento se repite indefinidamente.



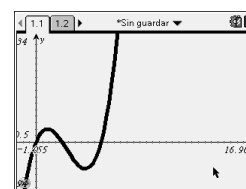
()

5. La variable dependiente aumenta, primero rápidamente y después muy lentamente, hasta que su valor tiende a estabilizarse



()

6. La variable dependiente aumenta rápidamente al principio y después más lentamente, hasta detener su crecimiento. Inmediatamente después, inicia su decrecimiento, primero lentamente y después rápidamente.

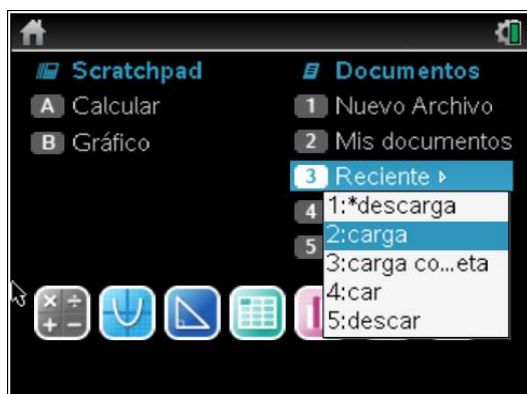


()

VI. OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE AJUSTE

1.-Datos de la **carga** del condensador.

Primeramente abre el archivo **carga** desde Puedes buscar en Mis documentos o en Reciente



2- Para el caso de los datos de la carga del capacitor, éstos corresponden a una función creciente cuyo dominio comienza en 0 segundos. Este crecimiento primero se da, de acuerdo a la gráfica, a una gran velocidad y después muy lentamente, hasta que el voltaje se estabiliza.



El comportamiento anterior corresponde a una función **logarítmica**. El dominio de la función logarítmica son los reales positivos, es decir, el 0 no forma parte de él. Por lo tanto, dado que nuestros datos sí lo incluyen, deberemos hacer lo siguiente para disponer de un conjunto de datos que solo contenga números positivos.

3. Estando en **Vista tabla**

	Tiempo (s)	Potencial
1	0	4.973
2	0.03	5.115
3	0.06	5.258
4	0.09	5.381
5	0.12	5.503
6	0.15	5.620

4.- Selecciona los datos exceptuando los de la primera fila correspondientes al cero, usando

⇧shift ► ▼

	Tiempo (s)	Potencial
1	0	4.973
2	0.03	5.115
3	0.06	5.258
4	0.09	5.381
5	0.12	5.503
6	0.15	5.620

	Tiempo (s)	Potencial
64	1.89	7.369
65	1.92	7.375
66	1.95	7.380
67	1.98	7.380
68		

5.- Observa con atención el **número de datos** colectados, pues vas a copiarlos utilizando **Ctrl** “C” en una nueva página. Ya que están seleccionados, con **⇧on** añade **Listas y Hoja de Cálculo**. Ubícate en la primera fila y con **⇧shift** ► ▼ indicas las celdas en donde se pegarán los datos. Recuerda que al número total se le ha de restar uno, el de $t=0$, si tienes 67 muestras ahora son 66 datos.

OJO



	A	B	C	D
64				
65				
66				
67				
68				

6.- Ya que tienes ubicadas las celdas utiliza **Ctrl** “V”, como en tu computadora

7.- Ahora que tienes tus datos sin $t = 0$, etiqueta las columnas, ubicándote en las celdas superiores. Escribe **ti** para el tiempo y **pot** para el voltaje

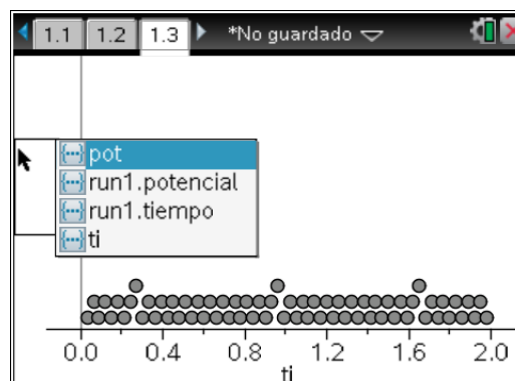
	B	C
1	0.03	5.115
2	0.06	5.258
3	0.09	5.381
4	0.12	5.503
5	0.15	5.62

	ti	pot
1	0.03	5.115
2	0.06	5.258
3	0.09	5.381
4	0.12	5.503
5	0.15	5.62

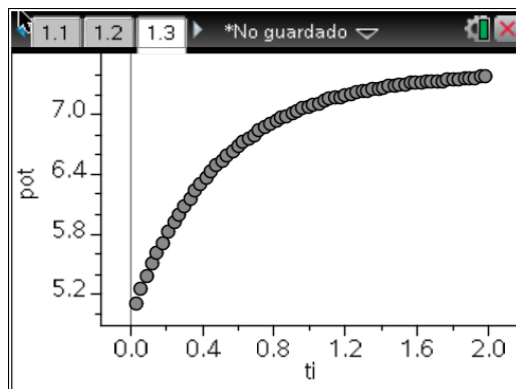
8.- Añade una nueva página con selecciona **Datos y Estadística**



9.- Ubica el cursor en el centro de la parte inferior de la pantalla, da click y selecciona la variable **ti**.

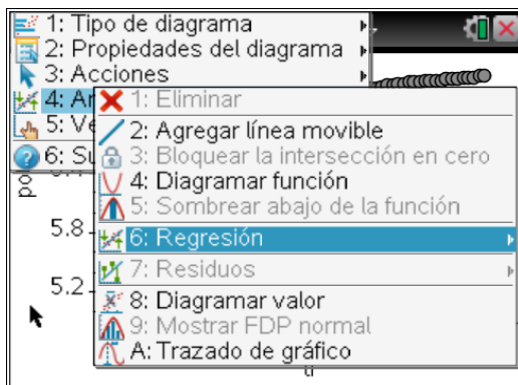


10.- Ahora haz lo mismo en el lado izquierdo, da click y selecciona **pot**.
Observa tu gráfica

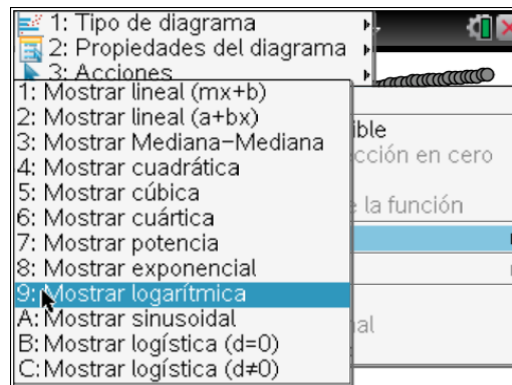


Esta es nuestra gráfica de **carga** sin el valor inicial de $t = 0$

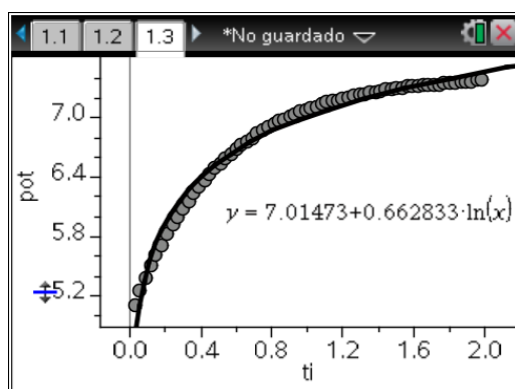
11.- Realizaremos en esta gráfica la función de ajuste. Con (menu) -4-6



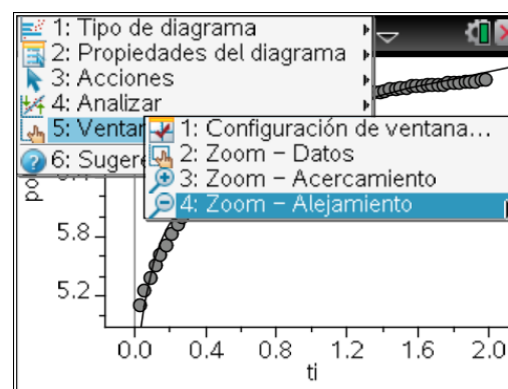
12.- Selecciona **Mostrar logarítmica**



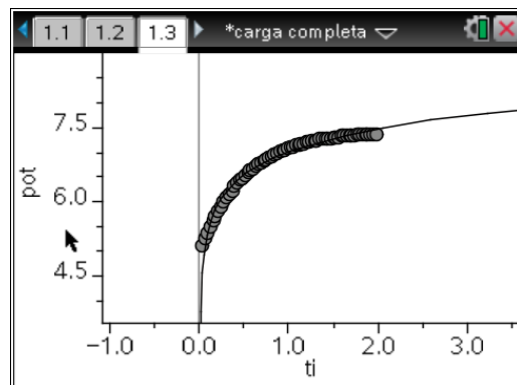
13.- Nos muestra la función de ajuste
 $y = 7.01473 + 0.662833 \ln(x)$



14.- Puedes hacer un Zoom-Alejamiento



15.- La gráfica de datos y la función de ajuste



Para la función de ajuste de la **carga**
 $y = 7.01473 + 0.662833 \ln(x)$

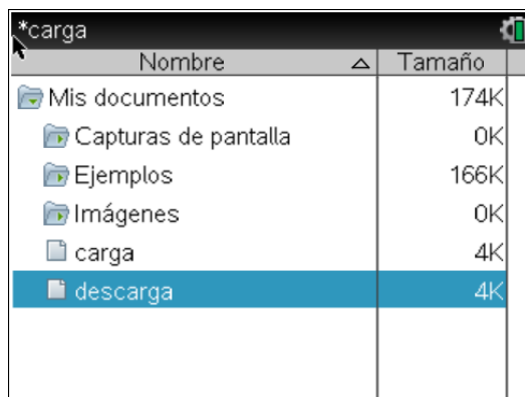
¿Cuál es el dominio y la imagen?

Dominio: _____

Imagen: _____

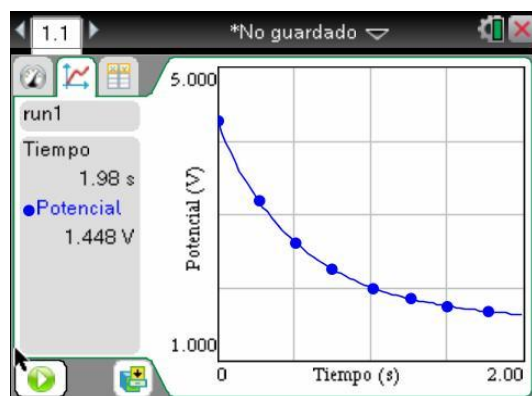
2.- Datos de la descarga del condensador.

Abre el archivo **descarga** desde (icono) Mis Documentos

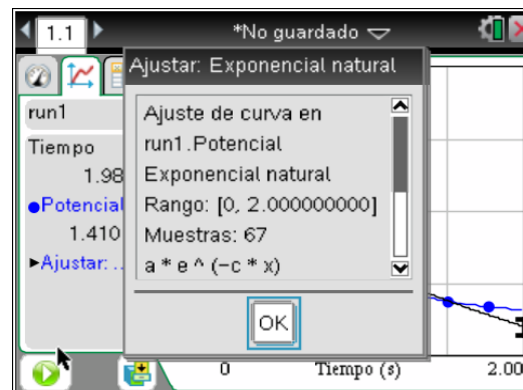
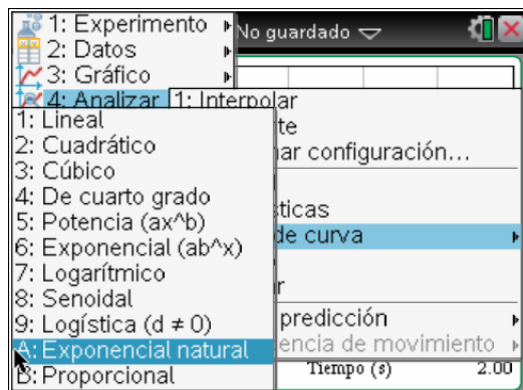
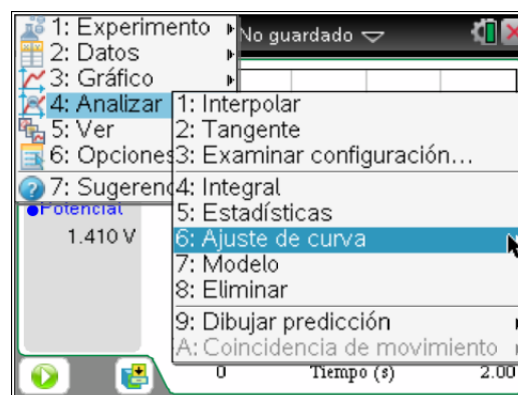


En este caso, observamos con mucha claridad que la gráfica de nuestra función es decreciente. En los primeros instantes, el decrecimiento es muy rápido y después es muy lento, tanto, que al final el voltaje se estabiliza aproximándose a cero. Este comportamiento corresponde al de una función **EXPONENCIAL**.

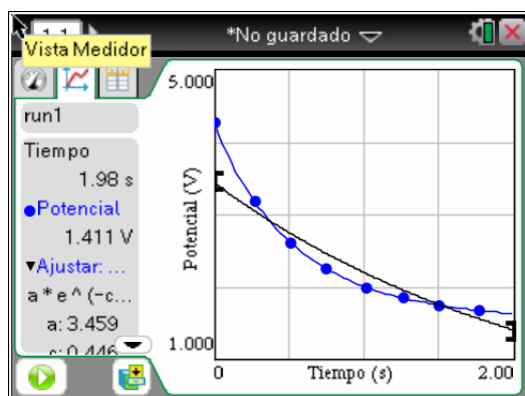
Obtendremos una función de ajuste para los datos colectados, posicionándonos en **Vista Gráficos**



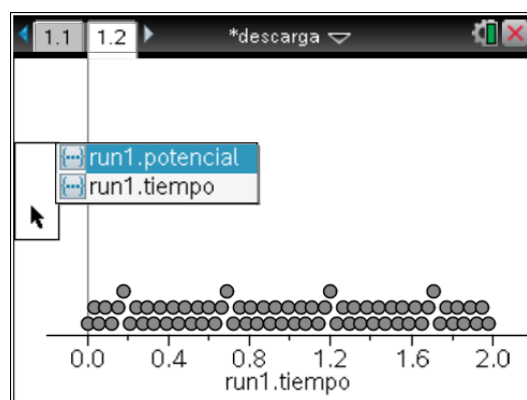
Con (menu) -4-6-A obtendremos la función, sigue las pantallas



La función obtenida en este caso no ha sido la mejor, si es así, puedes tratar de la manera siguiente



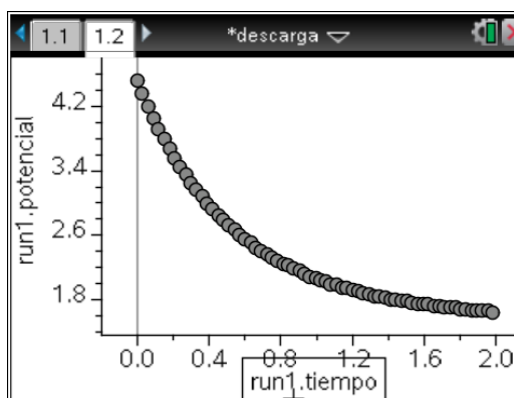
Y selecciona potencial en el eje Y



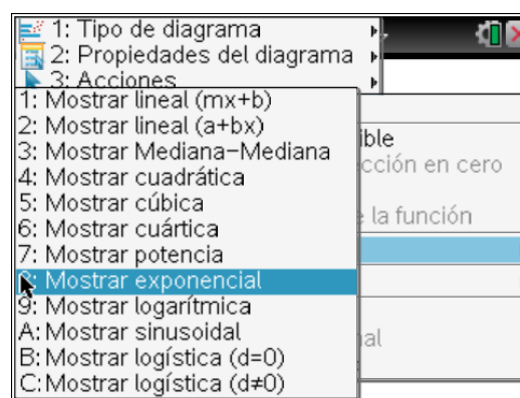
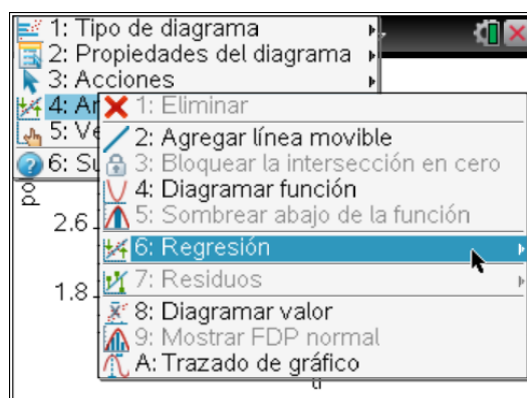
Añade una página con **Datos y Estadísticas** utilizando . Selecciona tiempo en el eje X



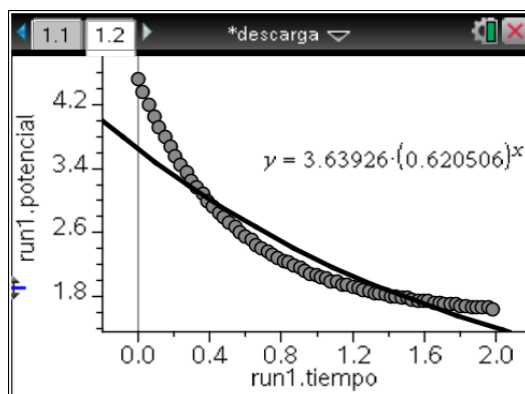
Ahora con -4-6 traza la función de ajuste



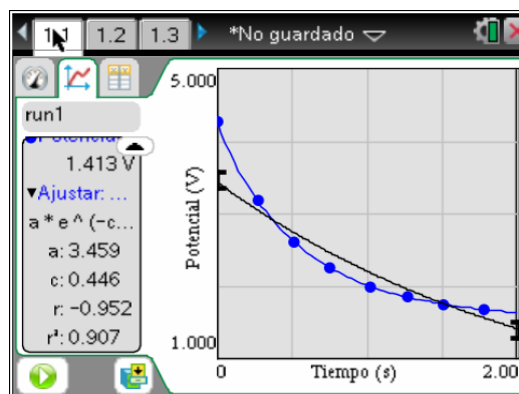
Selecciona exponencial



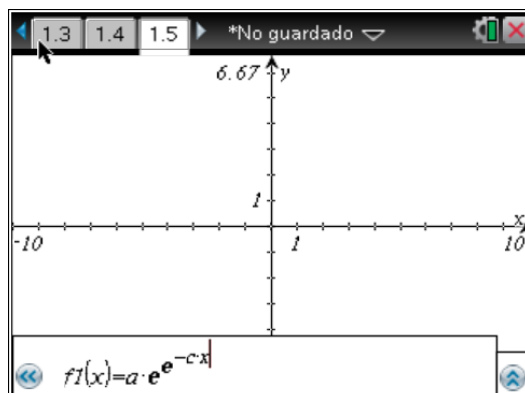
La función obtenida, sigue sin ser la requerida. Prueba de la siguiente manera



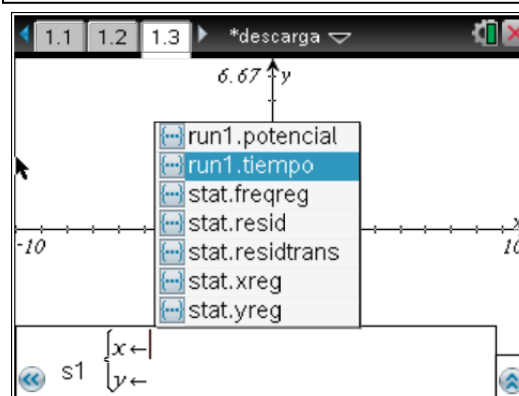
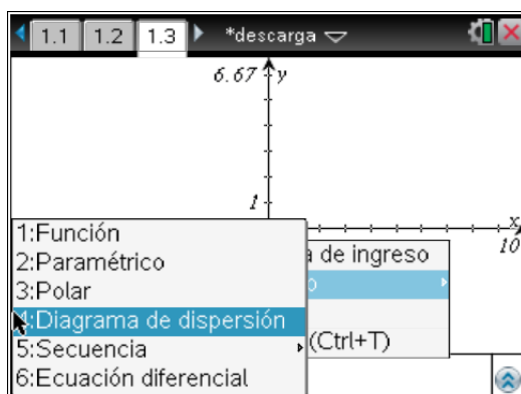
En **Vista Gráficos** revisa la ecuación dada



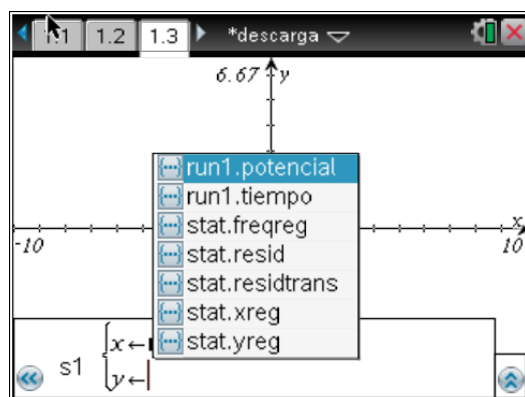
Añade una página con **Gráficos** y escribe la función en la línea de entrada $f_1 = a \cdot e^{-cx}$



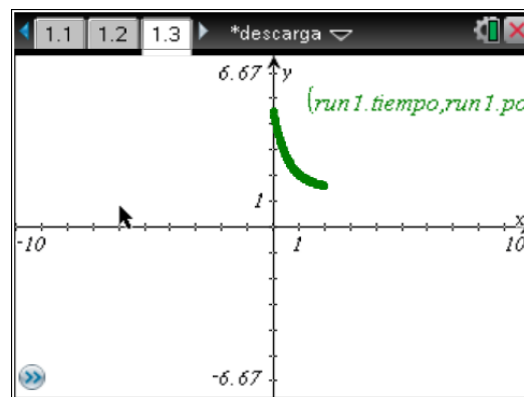
Busca la tecla **Var** y selecciona para X



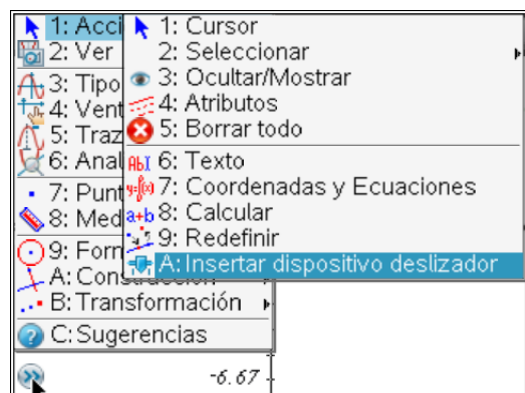
Para Y selecciona



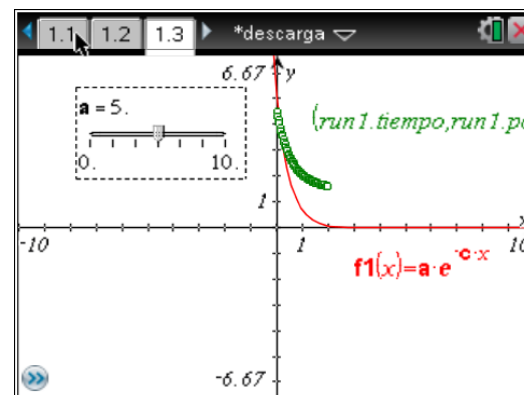
La gráfica mostrada será




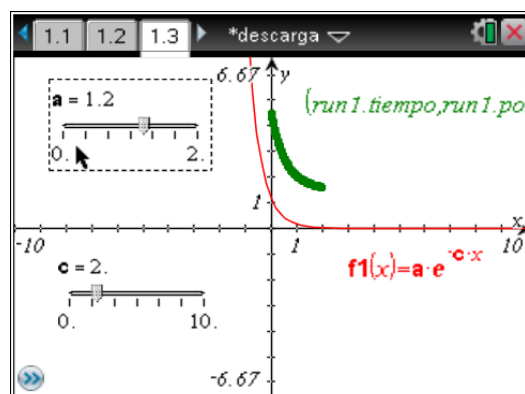
Con  Acciones- Insertar deslizador



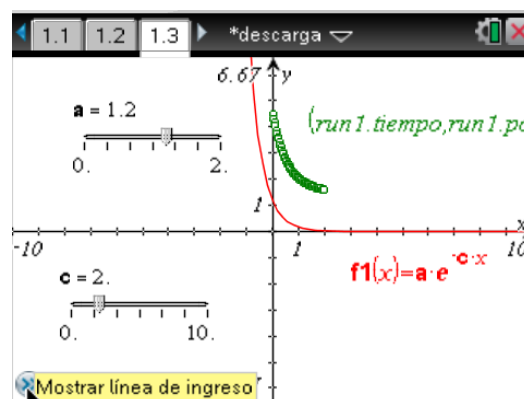
En el primer deslizador asignamos la variable **a**, el valor numérico también puede cambiarse



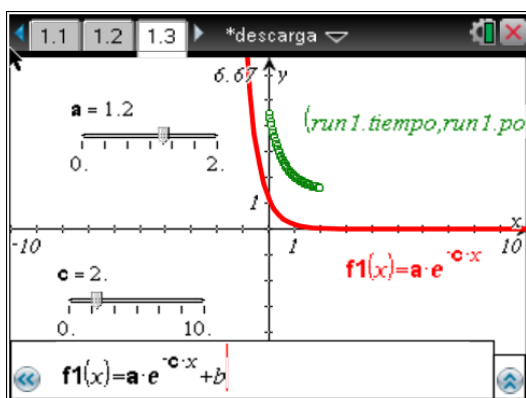
Repetir -1-A para agregar un deslizador para la variable **c**



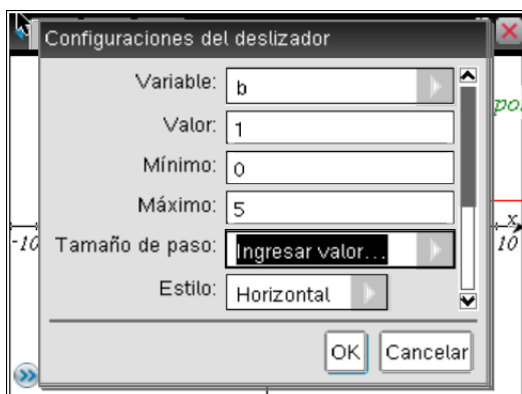
Si al manipular los valores de las variables no logras obtener una función adecuada, puedes agregar una tercera variable en tu modelo. Posiciona el cursor en la línea de ingreso y da click.



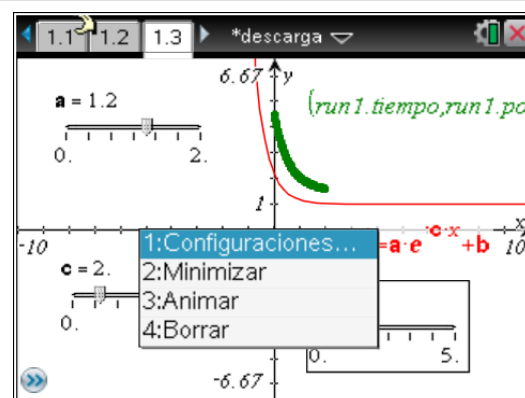
En caso de estar las entradas de dispersión para X y Y, con el botón derecho del mouse selecciona en el tipo de gráfico “función” y con \blacktriangle ubícate en f_1 . Añade la variable “b”



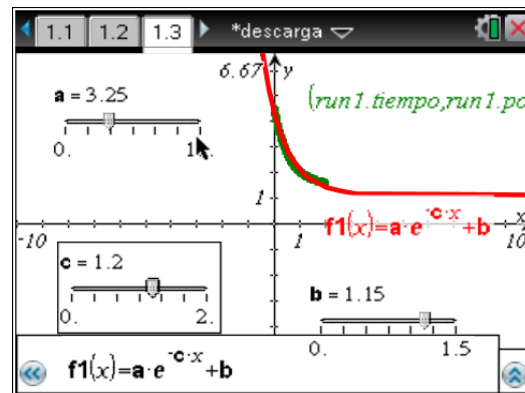
En **tamaño de pasos** asigna el valor en el que la variable cambiará



Agrega un nuevo deslizador para esta variable. Puedes además, configurar el paso de valores del deslizador, ubicándote en él y dando con el botón derecho del mouse



Trabaja los valores de las variables en los deslizadores propuestos, hasta que encuentres la que consideres, sea la mejor función de ajuste para tus datos



Para la función de ajuste de la **descarga**

$$Y = 3.25e^{-1.2} + 1.15$$

¿Cuál es el dominio y la imagen?

Dominio: _____

Imagen: _____

VII. Contesta de acuerdo a tu trabajo

¿Cuál es la función de ajuste de la **carga** que encontraste?

Y =

¿Cuál es el dominio y la imagen?

Dominio: _____

Imagen: _____

¿Cuál es la función de ajuste de la **descarga** que encontraste?

Y =

¿Cuál es el dominio y la imagen?

Dominio: _____

Imagen: _____

VIII. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA.

Investiga, cuál es la relación que existe entre la función logarítmica y la función exponencial
