

## EP 010 - 2008 : Marche aléatoire

Auteurs du corrigé : France et Michel Villiaumey

TI-Nspire™ / TI-Nspire™ CAS

**Avertissement** : ce document a été réalisé avec la version 1.4 ; il est disponible dans sa version la plus récente sur notre site <http://education.ti.com/france>, menu Ressources pédagogiques.

**Fichier associé** : EP010\_2008\_MarcheAléatoire.tns

### 1. Le sujet

Sujet 010 de l'épreuve pratique 2008 – Marche aléatoire

#### Énoncé

Un pion est placé sur la case de départ :

				Départ					
--	--	--	--	--------	--	--	--	--	--

Le lancer d'une pièce bien équilibrée détermine le déplacement du pion.

- PILE, le pion se déplace vers la droite
- FACE, le pion se déplace vers la gauche

Un trajet est une succession de 4 déplacements. On s'intéresse à l'événement A : « le pion est revenu à la case départ après 4 déplacements ».

À chaque lancer, on attribue le réel +1 si le résultat est PILE et -1 si le résultat est FACE.

#### Étude expérimentale

1. Simuler à l'aide du tableur de 200 à 2 000 trajets du pion et estimer la fréquence de l'événement A. Compléter le tableau suivant :

Nombre d'essais	200	400	600	800	1 000	1 200	1 400	1 600	1 800	2 000
Fréquence de A										

#### Étude mathématique

2. On appelle X la variable aléatoire qui prend pour valeur la somme des quatre réels.
  - a) En précisant la méthode choisie, calculer les valeurs possibles de X et le nombre de trajets possibles.
  - b) Calculer la probabilité de l'événement A à l'aide d'un schéma de Bernoulli et comparer avec l'estimation obtenue.

#### Production demandée

- Réaliser une simulation en utilisant les fonctions appropriées.
- Donner une réponse argumentée à la question 2.

#### Compétences évaluées

- **Compétences TICE**
  - Utiliser des fonctions de simulation d'un tableur ou d'une calculatrice.
  - Construire une feuille de calcul adaptée à la situation.
- **Compétences mathématiques**
  - Calculer des probabilités à l'aide d'un schéma de Bernoulli.

## 2. Corrigé

1) Ouvrir une page **Tableurs & listes**.

Taper le nombre 200 en cellule A1, stocker cette valeur dans la variable  $n$  :

  taper  $n$ .

Dans la cellule grisée de la colonne B écrire la formule simulant la somme des 4 lancers en faisant  $n$  expériences :

$$= 2 * \text{randInt}(0,1,n) + 2 * \text{randInt}(0,1,n) + 2 * \text{randInt}(0,1,n) + 2 * \text{randInt}(0,1,n) - 4$$

La formule  $2 * \text{randInt}(0,1,n) - 1$  génère un nombre entier qui est 1 ou  $-1$ .

Nommer **fin** la colonne B.

Ecrire en cellule **C1** la formule ci-contre, celle-ci permet d'obtenir la fréquence d'apparition de la valeur 0 de la liste **fin** pour  $n$  expériences avec une précision de 3 chiffres après la virgule.

*Remarque* : le recalcul par   permet de lancer une nouvelle simulation et d'observer les fluctuations de la fréquence d'apparition de la valeur 0.

*Construction du tableau demandé* :

En colonne **D** inscrire les nombres entiers de 200 à 2000 avec un pas de 200. Nommer **nt** cette colonne.

Nommer **l** la colonne E.

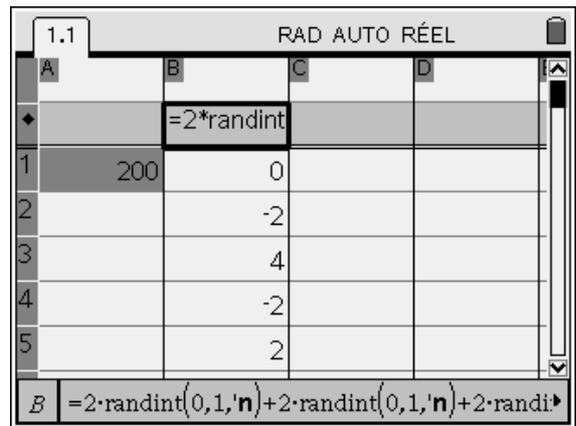
Partager l'écran en 2 horizontalement :

  5 : Format de page 2 : Sélectionner un format

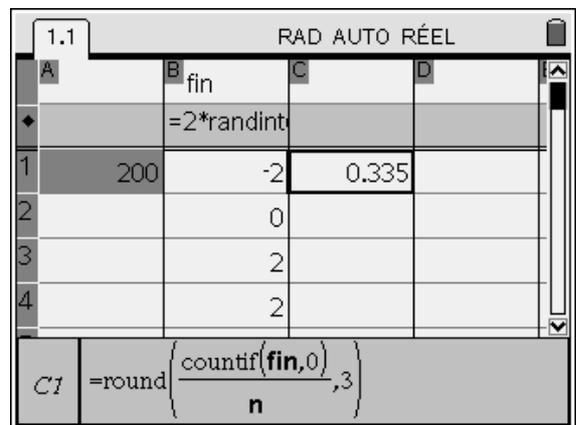
3 : Format 3

Ouvrir une page de Calculs dans la partie inférieure.

Créer une liste vide nommée **l** et initialiser la valeur de  $n$  à 200.

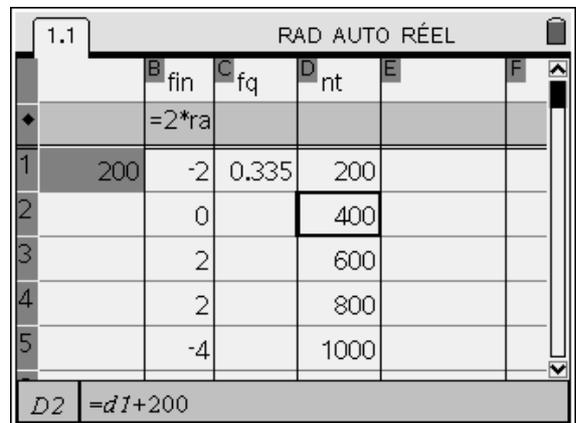


	A	B	C	D
1	200	=2*randint	0	
2			-2	
3			4	
4			-2	
5			2	



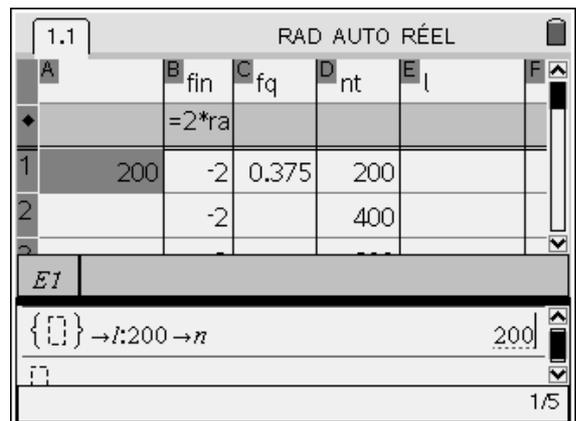
	A	B fin	C	D
1	200	=2*randint	-2	0,335
2			0	
3			2	
4			2	

$C1 = \text{round}\left(\frac{\text{countif}(\text{fin},0)}{n},3\right)$



	A	B fin	C fq	D nt	E	F
1	200	=2*ra	-2	0,335	200	
2			0	400		
3			2	600		
4			2	800		
5			-4	1000		

$D2 = d1+200$



	A	B fin	C fq	D nt	E l	F
1	200	=2*ra	-2	0,375	200	
2			-2	400		

$E1$  { } → l:200 → n 200

La formule ci-contre augmente la liste  $l$  de la fréquence calculée et incrémente  $n$  de 200.

A	B fin	C fq	D nt	E l	F
	=2*ra				
1	200	4	0.375	200	
2	0		400		

Formula:  $\text{augment}(l, \{fq[1]\}) \rightarrow l:200+n \rightarrow n$

Après validation de la ligne ci-dessus, on voit apparaître dans la tableur la fréquence associée à une simulation de 200 essais et dans les cellules **A1** et **C1** respectivement la prochaine valeur de  $n$  et sa fréquence associée.

En tapant plusieurs fois de suite  on peut ainsi remplir le tableau demandé. Les valeurs successives s'inscrivent automatiquement dans le tableau.

A	B fin	C fq	D nt	E l	F
	=2*ra				
1	400	2	0.378	200	0.375
2	0		400		

Formula:  $\text{augment}(l, \{fq[1]\}) \rightarrow l:200+n \rightarrow n$

Pour une meilleure lecture du tableau demandé modifier le format de page comme ci-contre.

D nt	E l
6	1200 0.374
7	1400 0.371
8	1600 0.374
9	1800 0.378
10	2000 0.389

Formula:  $\text{augment}(l, \{fq[1]\})$

2) Etude mathématique.

Ouvrir une nouvelle page **Tableur & listes**

Dans la colonne **A**, nommée  $k$ , écrire les entiers de 0 à 4, qui représentent les différentes valeurs possibles du nombre de 1 sur les 4 tirages.

Dans la colonne **B** calculer  $4 - k$

Dans la colonne **C**, nommée  $varx$ , calculer les différentes valeurs de la variable aléatoire  $X$  en utilisant la formule donnée.

A k	B	C varx	D
	=4-'k	=a[[]]*1+b[[]]	
1	0	4	-4
2	1	3	-2
3	2	2	0
4	3	1	2
5	4	0	4

Formula:  $\text{varx}:=a[[]]*1+b[[]]*-1$

La situation étudiée est un schéma de Bernoulli.

La variable aléatoire qui associe à chaque liste de 4 résultats le nombre d'apparition du 1 a pour loi de probabilité la loi binomiale  $\mathcal{B}(4; \frac{1}{2})$ .

Ecrire dans la case grisée de la colonne **D** la formule ci-contre, on obtient la loi de probabilité de la variable X.

Comparer les différentes valeurs de la liste **I** avec la valeur  $\frac{3}{8}$ .

	A	B	C	D
	k	=4-'k	varx	=ncr(4,'k)*
1	0	4	-4	1/16
2	1	3	-2	1/4
3	2	2	0	3/8
4	3	1	2	1/4
5	4	0	4	1/16
D	=ncr(4,'k')·2 <sup>-4</sup>			