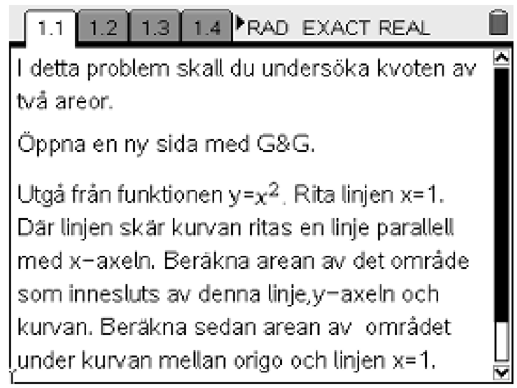
Laboration: Potensfunktion och kvoten av två areor.

I en serie av övningar skall du studera hur kvoten av två areor inneslutna av två linjer och en potensfunktion. Genom att variera linjernas läge och exponenten på potensfunktionen skall du undersöka hur förhållandet melllan de definierade areorna varierar. Resultatet skall sedan verifieras för godtyckliga linjer och godtycklig exponent.

Öppna filen *Potensfkn_area.tns* och följ anvisningarna som finns i filen.

Du byter mellan en sida och följande med ctrl följt av pil-höger. På motsvarande sätt går du tillbaka till föregående sida med ctrl följt av pil-vänster.



Några steg på vägen

- Skriv in funktionen f1(x)= x^2 och använd Graph Trace för att lägga en punkt på grafen. Dubbelklicka på x-koordinaten och skriv in 1 och tryck enter.
- Rita en linje vinkelrätt mot x-axeln och en linje vinkelrätt mot y-axeln genom denna punkt. Markera skärningspunkterna mellan linjerna och axlarna.
- Beräkna kvoten av de beskrivna areorna. Upprepa beräkningen för linjen x=2 och prova även andra värden på x.
- Använd en Calculator-sida och bevisa att ditt resultat gäller generellt för x=c.
- I problem 2 skall du genomföra en ny undersökning i Graphs & Geometry(G&G) genom att variera exponenten på potensfunktionen för ett visst värde på x. Använd en Calculator-sida för generalisering.

Extra

- I problem 3 kan du bevisa att dina slutsatser gäller generellt för

  potensfunktioner av typen f(x)= x^n och linjen x=c.

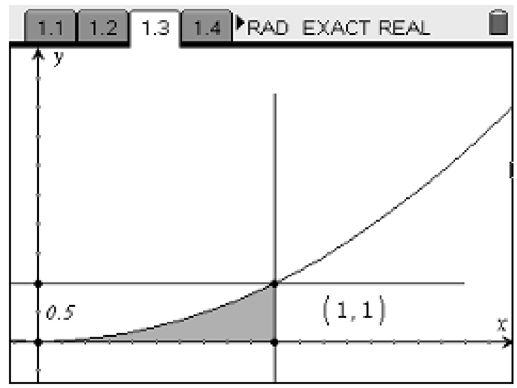
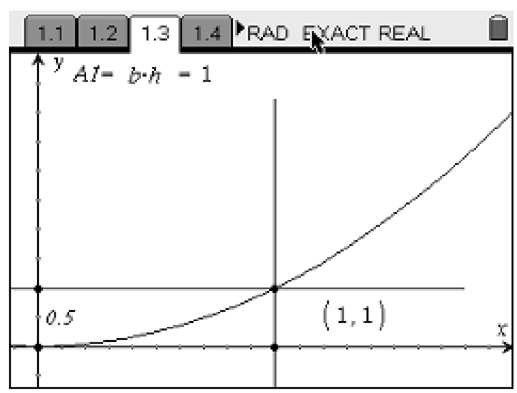
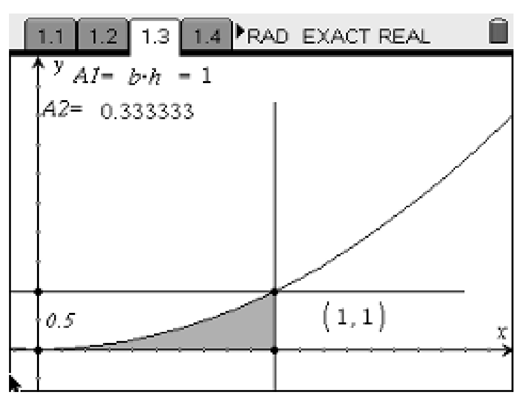
Läraranvisning

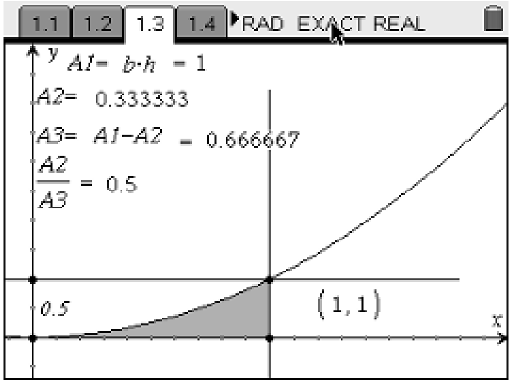
Matematisk nivå

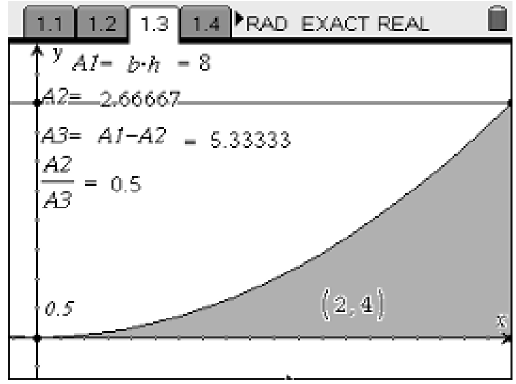
De moment som krävs ingår i matematik kurs D på gymnasiet.

Teknisk nivå

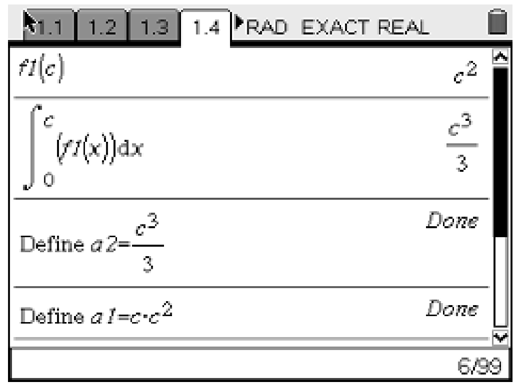
Tidigare erfarenhet av TI-Nspire är nödvändig.

Skriv in funktionen f1(x)= x^2 och välj lämplig gradering på axlarna(menu, Window, Window Settings). Lägg en punkt på grafen(menu, Trace, Graph Trace, klicka på grafen- Enter). Dubbelklicka på x-koordinaten och skriv in 1 och tryck Enter. Dölj inmatningsraden för bättre överblick(menu, View, Hide Entry Line) Rita sedan ut en linje vinkelrätt mot axlarna genom denna punkt(menu, Construction, Perpendicular)-klicka på punkten och sedan på resp axel. Markera skärnigspunkterna mellan linjerna och resp axel.	
Använd textverktyget för att skriva in formeln b*h.(menu, Actions, Text-klicka på arbetsytan och skriv) Beräkna sedan värdet genom att välja menu, Actions, Caculate-klicka på formeln och markera resp värde. Placera det beräknade värdet mitt för formeln. Använd textverktyget för att komplettera med beteckningen A1 och likhetstecken.	
För att beräkna arean under kurvan väljer vi menu, Measurement, Integral-klicka på funktionen, sedan i origo respektive i x=1 på x-axeln. Flytta upp mätvärdet på sidan samt använd textverktyget för att skriva A2=. Med textverktyget skriver vi nu formeln A1-A2 och beräknar detta enligt ovan. Döp detta värde till A3.Slutligen beräknar vi A2/A3 Se bild nästa sida till vänster. Detta förfarande upprepas sedan för x=2 och något eget valt x-värde. Se bilder nästa sida	

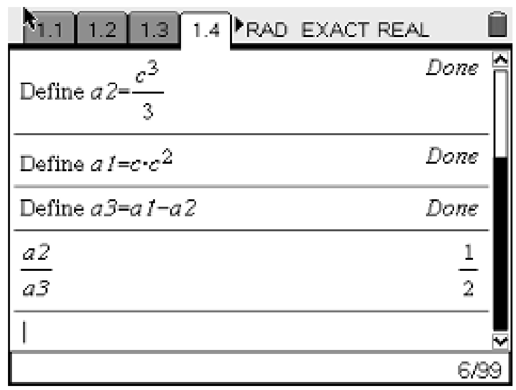




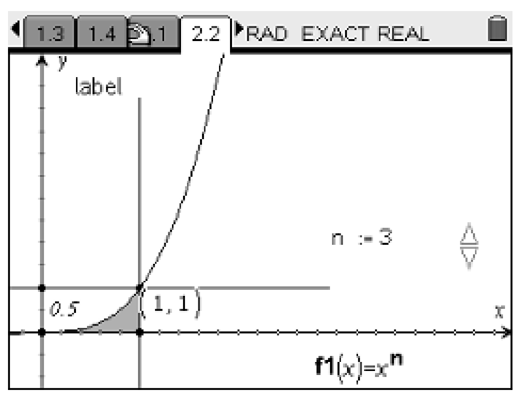
För att bevisa att värdet på den erhållna kvoten gäller för alla x så öppnar vi en sida med Calculator och beräknar arean A1=$c \cdot f(c)$ där c är den generella x-koordinaten. Arean A2 beräknas som $\int_0^c f(x)dx$. Integral finns under menu Calculus, Integral. Använd Define(menu, Actions, Define) för att definiera areorna som A1 och A2.



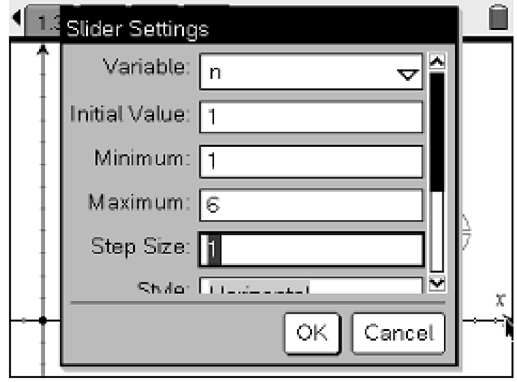
Slutligen definieras A3=A1-A2 och kvoten A2/A3 beräknas.

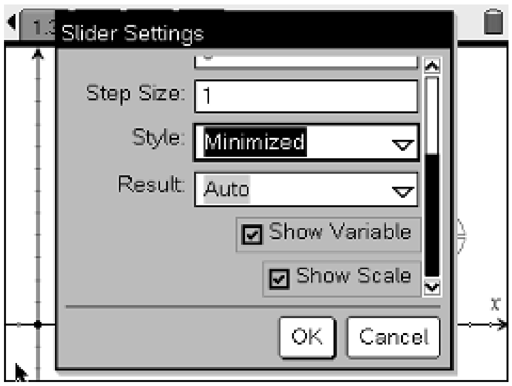


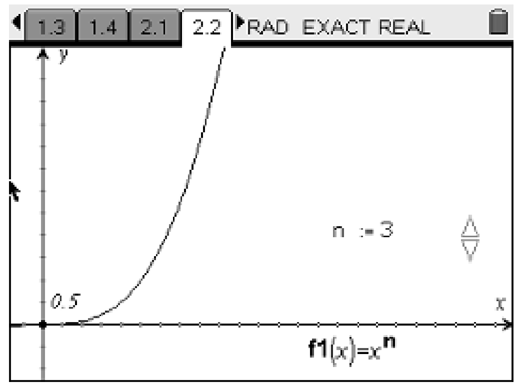
I problem 2 skall samma beräkningar genomföras. Här skall exponenten på potensfunktionen variera medan vi väljer x=1. Exponenten väljes som ett positivt heltalsvärde. För att enkelt kunna ändra exponenten n så konstrueras ett dragreglage. Öppna en ny sida G&G och välj lämplig gradering på axlarna. Välj menu, Actions, Insert Slider. Flytta dragreglaget till någon lämplig plats på arbetsytan och högerklicka på reglaget



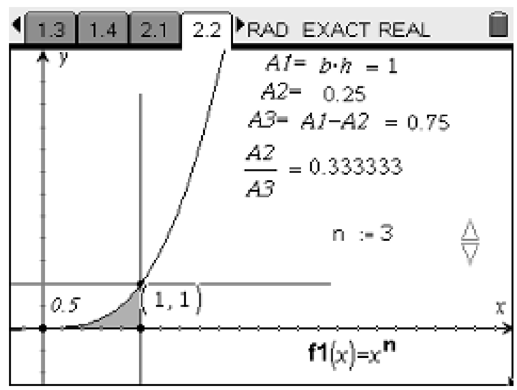
Välj Settings och de inställningar som visas på följande två bilder och tryck OK. Dragreglaget byter då utseende och visar endst heltalsvärden då man klickar pil upp respektive pil ned. Skriv in f1(x)= x^n på funktionsinmatningsraden och dölj den sedan. Se resultat nedan till höger.



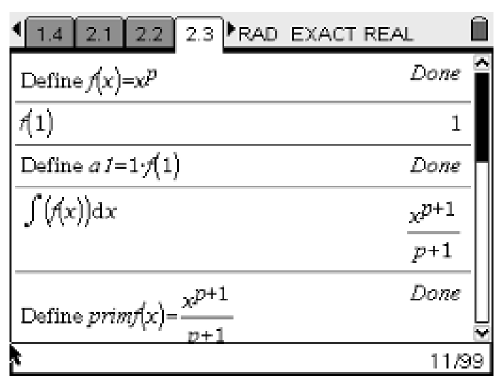


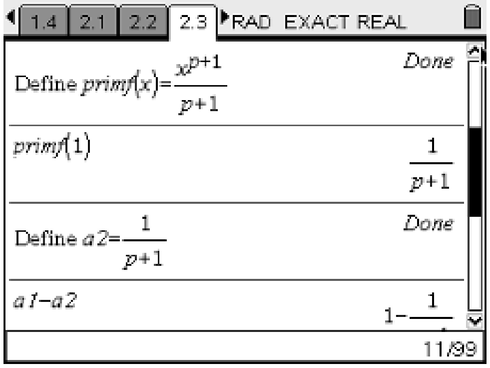


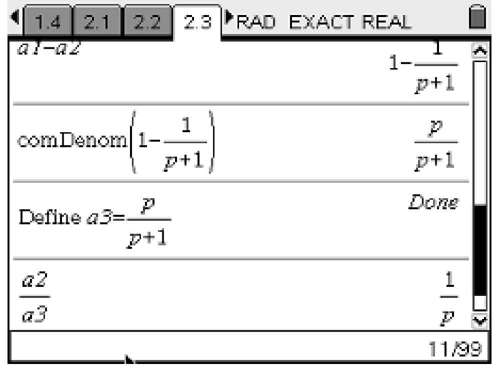
Nu genomföres samma konstruktioner och beräkningar som i Problem 1. Se slutresultat till höger. Klicka sedan pil upp eller ned på reglaget och studera vad som händer med de beräknade värdena



För att generalisera resultatet öppnas en sida med Calculator och funktionen f(x)=x^p definieras. A1 beräknas som f(1)*1. Integralen för att beräkna A2 måste anges utan gränserna 0 och 1 då 0^{p+1} ej är definierat i programmet. Namnge den primitiva funktion och beräkna värdet för x=1. com Denom(menu, Algebra, Fraction Tools, Common Denominator) används för att uttrycket för A1-A2 skall anges i bråkform.







I Problem 3 skall generaliseringen drivas ytterligare ett steg. Utgå från funktionen $f(x)=x^n$ och använd x=c. Denna övning kan tyckas onödig då vi redan i Problem 1 har visat att resultatet ej beror av x-värdet men övningen kan ses som en nyttig repetition av de tidigare generaliseringarna.