

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## Actividad NUMB3RS: A toda velocidad

En el episodio "Tránsito," Charlie piensa que puede haber un patrón en lo que parecen ser ataques fortuitos contra conductores en la carretera. Da una explicación de cuán complicado es representar el flujo de tránsito. Menciona el empleo de ecuaciones diferenciales parciales para calcular cosas como el número óptimo de carriles y rampas de entrada y salida, así como la sincronización de las señales de tránsito.

La teoría del flujo de tránsito comenzó en los años treinta valiéndose de la teoría de probabilidades. Desde entonces se ha convertido en el estudio muy complejo de cómo representar las interacciones de vehículos, conductores y la propia infraestructura vial, incluidos dispositivos de control, señales y marcas. Con la ayuda de computadoras, los diseños viales se han vuelto muy complicados y requieren de matemáticas sumamente complejas. En esta actividad puedes estudiar un modelo elemental del flujo de tránsito que predice la ubicación de un vehículo en una línea de tráfico.

El modelo toma tiempo  $T$ , aceleración  $A$ , velocidad  $S$  y distancia  $D$  como sus variables. Emplearemos  $S_0$ ,  $T_0$  y  $D_0$  como puntos de partida y supondremos que  $A$  es constante. El subíndice  $i$  especifica un punto en el tiempo (p.ej.,  $S_i$ );  $i + 1$  especifica el siguiente punto en el tiempo (p.ej.,  $S_{i+1}$ ).

1. Si un vehículo tiene velocidad  $S_i$  y aceleración  $A$ , escribe una expresión para  $S_{i+1}$ .  
\_\_\_\_\_

El modelo básico que relaciona velocidad, distancia y tiempo es  $D = RT$ , donde  $R$  es una velocidad constante. Para un vehículo en aceleración constante, la velocidad  $R$  es el promedio de las velocidades al comienzo y al final del intervalo de tiempo.

2. Escribe una expresión para el promedio de  $S_i$  y  $S_{i+1}$ . \_\_\_\_\_
3. Supongamos que un vehículo ha viajado hasta ahora una distancia de 18 m, tiene una velocidad actual de 12 m/s y una aceleración de 4 m/s<sup>2</sup>. ¿Qué distancia habrá viajado después de un segundo adicional? \_\_\_\_\_

4. Si un vehículo ha viajado hasta ahora  $D_i$  m, escribe una expresión para  $D_{i+1}$ .  
\_\_\_\_\_

5. Supongamos que el límite de velocidad es  $L$  m/s. Explica el significado de las siguientes ecuaciones:

$$S_{i+1} = S_i + A, S_i < L$$

$$S_{i+1} = L, S_i \geq L$$

En tu calculadora, oprime [APPS] y luego abre la aplicación CSheetEs. (Si deseas, puedes usar el menú para nombrar esta planilla "TRAF" como se ve, pero no es necesario salvo que desees guardar este archivo.) Para poner los encabezados de las columnas, escribe "TIEMPO", "VELOC" y "DIST" en las celdas apropiadas.

TRAF	A	B	C
1	TIEMPO	VELOC	DIST
2			
3			
4			
5			
6			
Hz:			[Menu]

En la fila 2 introduce los valores iniciales de 0 para tiempo, velocidad y distancia. El modelo usa incrementos de tiempo 1 para facilitar el cálculo de cada valor sucesivo basado en el anterior.

Para introducir la fórmula en la fila 3 pasa a la celda A3 y oprime **[STO]** para poner un signo de igual en la línea de editar; luego introduce la fórmula.

En nuestro modelo  $T_{i+1} = T_i + 1$ ;  $S_{i+1} = S_i + A$  (hasta el límite de velocidad, de lo contrario es  $L$ ); y  $D_{i+1} = D_i + 0.5(S_i + S_{i+1})$ .

Llenar la planilla puede ser un poco difícil, especialmente para principiantes. Abajo mostramos cómo llenar la columna de TIEMPO (para 25 incrementos de tiempo). El proceso es igual para las demás columnas.

- Pasa a la celda A3.
- Oprime **[STO]** para hacer el signo de igual y poder introducir la fórmula.
- Como el valor en A2 representa  $T_0$  y el valor en A3 será  $T_1$ , introduce la fórmula como "A2+1" (como ves).
- Para copiar la fórmula en toda la columna representando 25 incrementos de tiempo, haz lo siguiente:
  - a. Oprime **[ZOOM]** para sombrear la celda con la fórmula
  - b. Oprime **[Y=]** para seleccionar **Range** en el menú
  - c. Baja el cursor a la fila 27 (recuerda que la fila 1 es el encabezado y la fila 2 es  $T_0$ )
  - d. Oprime **[TRACE]** para seleccionar **Paste** en el menú

TRAF	A	B	C
1	TIEMPO	VELOC	DIST
2	0	0	0
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
A3: =A2+1 [Menu]			

Cabe señalar que cuando copias una formula, la calculadora automáticamente reajusta los números en la fila para que cada celda se calcule basada en la anterior.

Recuerda que la fórmula de velocidad es algo difícil. Introdúcela como si graficaras una función discontinua:  $(B2+A)(B2<L)+(L)(B2\geq L)$ . (Nota: para introducir los símbolos de desigualdad, oprime **[2nd]** **[TEST]**). Introduce la fórmula para distancia siguiendo el formato de tiempo.

Para ejecutar tu modelo, sal de CellSheet por el momento (**[2nd]** **[QUIT]**). En la pantalla de origen, guarda valores para  $A$  y  $L$  (por ejemplo, sea  $A = 4$  y sea  $L = 32$ ).

4→A	4
40→L	40

Comienza CellSheet App de nuevo, selecciona **Menú**, **1:Archivo...** y **6:Recalc(ular)** para actualizar todos los valores. Ensayá con diferentes conjuntos de valores.

TRAF	A	B	C
1	TIEMPO	VELOC	DIST
2	0	0	0
3	1	4	2
4	2	8	8
5	3	12	18
6	4	16	32
A1: "TIEMPO" [Menu]			

6. A la milla por hora más cercana, ¿qué velocidad es 32 metros por segundo?
7. Un auto que va a 32 m/s frena fuertemente, desacelerando  $8 \text{ m/s}^2$ . ¿Cuánto se desplaza el auto desde el momento en que empezó a frenar hasta que para del todo? (Pista: La respuesta es igual a la distancia recorrida por un auto que acelera a  $8 \text{ m/s}^2$  desde cero a 32 m/s.)

*El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.*

## Extensiones

### Introducción

Ovviamente, el modelo en esta actividad es demasiado simple para ser muy útil. Después de experimentar con el modelo, el siguiente paso es introducir más vehículos y "suavizar" algunos de los supuestos, tal como se explica en la actividad. Las matemáticas del nivel secundario apenas sí pueden empezar a presentar el campo muy complejo, pero muy bien estudiado, de la teoría del flujo de tránsito. En las carreteras reales, los vehículos viajan a diversas velocidades, entran y salen de la carretera con ciertas probabilidades, cambian de carril (mientras se pasan o no se pasan unos a otros) e incluso dejan de funcionar y se detienen. Las causas de los nudos de tráfico como función de la velocidad y la densidad del tránsito son de enorme interés para los matemáticos y son muchos los modelos que se han desarrollado para estudiar el fenómeno.

### Para el estudiante

Si tienes experiencia con CellSheet o con un programa de hojas de cálculo para computadora, mejora este modelo de modo que los valores iniciales para aceleración y límite de velocidad queden en la misma hoja de cálculo. Agrega otros suplementos que muestren las gráficas de la velocidad o la distancia, o ambas, para el vehículo.

También podrías desarrollar un modelo similar para mostrar la distancia de parada de un vehículo al aplicar los frenos. Un instructor en conducción de vehículos podría facilitarte las fórmulas empleadas para calcular distancias de parada.

### Temas relacionados

En la temporada 2 de *NUMB3RS* ("A plena vista" – Episodio 208), Charlie aplicó la *teoría de bandadas* para representar las conductas en una banda de criminales. La teoría de bandadas estudia las interacciones de objetos como bandadas de aves o bancos de peces. Tiene relación estrecha con la teoría del flujo de tránsito, al punto que se emplean muchos de los mismos modelos. La diferencia principal es que las bandadas y los bancos generalmente obran libremente en tres dimensiones, lo cual las hace aún más complejas. Para aprender más sobre la teoría de bandadas, baja la actividad "Sigue la bandada" yendo a <http://education.ti.com/exchange> y buscando "6206."

### Recursos adicionales

CellSheet App viene cargado en las calculadoras graficadoras TI-83 Plus Silver Edition y TI-84 Plus Silver Edition. Para la TI-83 Plus o la TI-84 Plus, la aplicación se puede bajar gratis en <http://education.ti.com/cellsheet>.

El Turner-Fairbank Highway Research Center (Centro de Investigación Vial) tiene un artículo completo y fácil de leer sobre la historia de la representación matemática del flujo de tránsito. También ofrece una buena perspectiva sobre los diversos aspectos y sus variables respectivas que deben considerarse. Para más información, visita: <http://www.tfhrcc.gov/pubrds/janfeb99/traffic.htm>