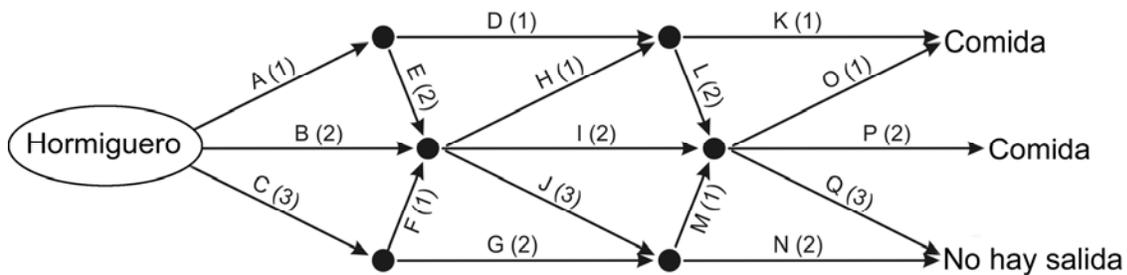


Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: La marcha de las hormigas

En "Final de la guardia" Charlie dice que el miembro de una pandilla acusado de asesinar a un policía probablemente sea inocente. Basa su argumento en la probabilidad de que le sería imposible hallar un camino seguro entre los predios de la pandilla rival. Charlie se refiere a la "teoría del comportamiento colectivo" para hablar de un modelo matemático conocido más precisamente como "Optimización tipo colonia de hormigas" (OCH) para demostrar que ciertos territorios de pandillas impiden que los miembros abandonen la seguridad de sus propios predios. En esta actividad usarás gráficas dirigidas para simular una OCH.

La siguiente es una gráfica dirigida, es decir, una gráfica en que las aristas van en una sola dirección. En la gráfica, una hormiga deja el hormiguero y busca comida al azar. En cada vértice, la hormiga tiene dos o tres opciones para tomar la arista que sigue. Estas aristas están numeradas para usarlas con la simulación que sigue al #4. Si un camino lleva a la comida, entonces es un camino "bueno".



- Haz una lista y cuenta todos los caminos buenos que tengan exactamente 3 aristas.
- Haz una lista y cuenta todos los caminos buenos de cuatro aristas que empiecen con la arista A. Haz lo mismo para los que comienzan con la arista B.

No hay caminos buenos de tres aristas que empiecen con el segmento C, y hay cinco de cuatro aristas: C-F-H-K, C-F-I-O, C-F-I-P, C-G-M-O y C-G-M-P.

- Un camino bueno de cinco aristas debe empezar en A-E o en C-F; los pasos siguientes tienen que ser H-L o J-M; y el último paso tiene que ser O ó P. ¿Cuántos caminos buenos de 5 aristas hay?

Este es un resumen de cuántas veces se usa cada arista en caminos buenos de 3 o de 4 aristas.

| Arista | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Frec. | 6 | 7 | 5 | 3 | 3 | 3 | 2 | 5 | 6 | 2 | 3 | 4 | 4 | 0 | 7 | 7 | 0 |

Cuando se incluyen caminos de cinco aristas el número total de caminos que llevan a los vértices finales son: arriba, comida 15; medio, comida 11; y No hay salida 15, para un total de 41 caminos.

- ¿Por qué las aristas N y Q tienen valores de 0?
 - ¿Por qué se usa menos la arista inicial C que las otras dos opciones iniciales?

El dato de cuántas veces se usa cada arista no basta para determinar qué caminos seguirán las hormigas en busca de comida. La siguiente simulación puede ayudar. Un estudiante tiene la

calculadora configurada en **entAleat(1,2)**; la otra debe estar en **entAleat(1,3)**. Usen la calculadora apropiada para cada vértice del camino. El camino lleva a comida o a un callejón sin salida. Cada camino tiene un 3, 4 ó 5 aristas de largo. Si un camino lleva a comida (un camino "bueno"), entonces cada arista de ese camino hace una anotación. Para un camino así de 3 aristas, cada arista recibe 5 puntos, y si es de cinco aristas, cada uno recibe 1 punto. Un estudiante se encarga de contar las aristas en cada camino y el puntaje que recibe cada arista si el camino lleva hasta la comida. Repitan el proceso hasta que 10 hormigas hayan encontrado comida.

Puntaje de las aristas para caminos buenos

| Hormiga # | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Cuando terminen, combinen sus resultados con al menos otras dos parejas de estudiantes para obtener una mejor imagen de las acciones de un mayor número de hormigas.

Puntaje de las aristas por caminos buenos

| Arista: | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Total: | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- ¿Qué aristas tienen los 5 puntajes menores? ¿Por qué?
- ¿Qué aristas tienen los 5 puntajes mayores? ¿Por qué?
- Supón que después que el primer grupo de hormigas va a buscar comida, el resto de las hormigas viajan de tal forma que en cada vértice seguirán la arista de mayor puntaje. ¿Qué camino(s) tienen más probabilidades de que sea(n) tomado(s) por las hormigas?

Este modelo es una versión muy simple de una OCH real. Reemplaza la evaporación de los marcadores de caminos con puntajes más altos. Además, todas las hormigas escogieron sus aristas al azar. Con hormigas reales, cuando el puntaje del camino (visibilidad de las marcas) se hace mayor, las hormigas dejan de escoger el camino al azar y tienden a seguir el camino marcado, como en la Pregunta #7.

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Introducción

La OCH fue planteada por primera vez por Marco Dorigo en su tesis de doctorado en 1992. Originalmente se llamó el Sistema de Hormigas. Desde 1995, Dorigo y otros han estado trabajando en versiones ampliadas de la OCH. Sus posibles aplicaciones son de gran interés para los investigadores porque ahora es posible generar una nueva clase de algoritmos "naturales" basados en el comportamiento de criaturas vivientes.

Para el estudiante

Una de las primeras aplicaciones de la OCH es un método para resolver lo que se conoce como un "PVI" (Problema del Vendedor Itinerante). Este es un problema clásico que usa gráficas de vértices y aristas, como en esta actividad. La diferencia principal en la gráfica es que para un PVI, las aristas tienen valores de distancia. En un PVI el objetivo es visitar cada uno de los vértices de la gráfica exactamente una vez y luego regresar al inicio recorriendo la distancia total mínima. Para gráficas largas y complicadas no se conoce una forma eficiente de determinar la solución mejor. Basados en la idea de que las hormigas tienden a seguir aristas entre vértices que producen totales menores, acudimos a la OCH como un recurso de resolución de problemas. Recientemente, Mark Sinclair, del Instituto de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, creó un applet en Java para demostrar cómo se usa la OCH para resolver un PVI. Visita:

<http://uk.geocities.com/markcsinclair/aco.html>

Cuando las hormigas marcan un camino, usan una *feromona*, un compuesto químico que envía señales a otras hormigas. Muchas especies usan feromonas, y en un experimento sumamente interesante, se puede lograr que las termitas sigan un camino dibujado con un bolígrafo Bic®. Parece que la tinta tiene un compuesto químico muy similar a una feromona que usan las termitas para marcar su camino. Para ver una actividad de laboratorio sobre este tema, de la facultad de educación de la Universidad de Carolina del Norte en Chapel Hill, visita:

<http://www.learnnc.org/lessons/JackiClark5232002016>

Recursos adicionales

La OCH se basa en el comportamiento de hormigas reales. Para ver más información acerca de cómo las hormigas localizan los mejores caminos, visita:

<http://www.aco-metaheuristic.org/RealAnts.html>

Otra aproximación "natural" para resolver un PVI se vale de un algoritmo "genético". En esencia, un cromosoma está "computarizado" para que visite todos los vértices en sólo un orden particular. Entonces se le permite "reproducirse" con otro cromosoma igual y se analiza el cromosoma hijo para buscar la solución al problema. A los hijos que tengan éxito se les permite ser padres. Las generaciones subsiguientes continuarán resolviendo el problema hasta que no se pueda hallar una solución mejor. Para ver la comparación de este método con un método OCH, visita: **<http://www.codeproject.com/cpp/GeneticandAntAlgorithms.asp>**