Exercice 1

Soit $z \in \mathbb{C}$ et $w = \frac{z+3-2i}{z-1+3i}$. On pose $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

1°) Déterminer l'expression de w en fonction de x et y.

2°) Déterminer $\mathrm{Re}(w)$ et $\mathrm{Im}(w)$

3°) Résoudre $\mathrm{Im}(w) = 0$ (on exprimera y en fonction de x).

4°) Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(z)$ tel que $w \in \mathbb{R}$.

Exercice 2

Soit $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$.

1°) Déterminer $|z|$ et $Arg(z)$

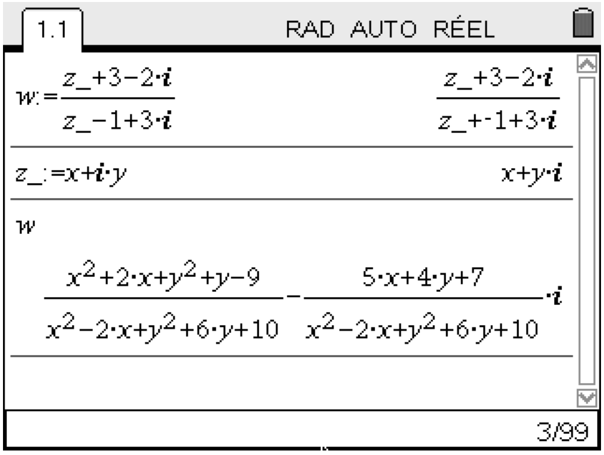
2°) Mettre z sous forme trigonométrique.

3°) En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

SOLUTION

Exercice 1

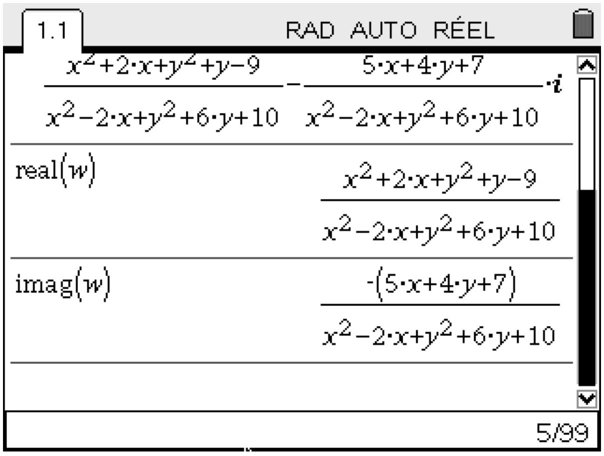
Soit $z \in \mathbb{C}$ et $w = \frac{z+3-2i}{z-1+3i}$. On pose $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$



1°) Déterminer l'expression de w en fonction de x et y.

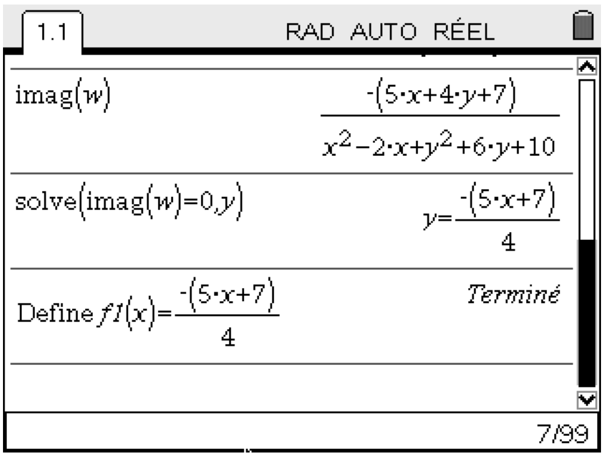
Pour signifier qu'une variable est complexe, il faut la faire suivre d'un _

En posant $z\_ = x + iy$, les variables x et y sont réelles par défaut.



2°) Déterminer $Re(w)$ et $Im(w)$

L'instruction pour calculer la partie réelle est **real.**
Pour la partie imaginaire : **imag**

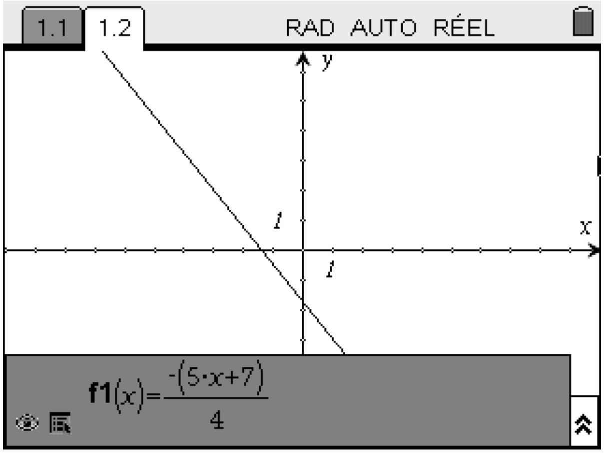


3°) Résoudre $Im(w) = 0$ (on exprimera y en fonction de x).

Pour exprimer la solution y en fonction de x, il suffit d'indiquer que l'inconnue est y :

4°) Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(z)$ tel que $w \in \mathbb{R}$.

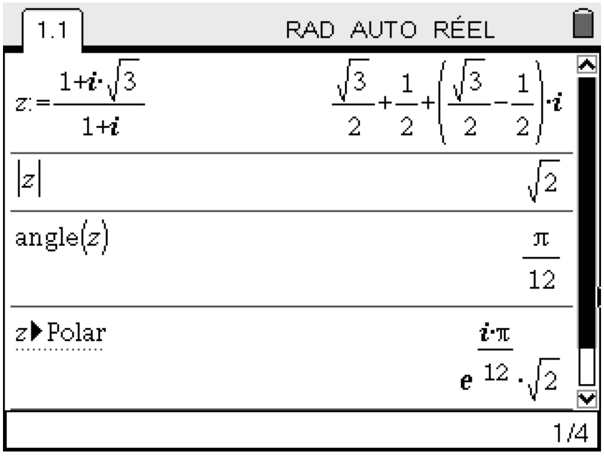
$w \in \mathbb{R} \Leftrightarrow Im(w) = 0$.
On définit la fonction f_1 par $f_1(x) = -\frac{5x+7}{4}$



Exercice 2

1°) Déterminer $|z|$ et $Arg(z)$
2°) Mettre z sous forme trigonométrique.

Lorsqu'on entre l'expression de z, le TI*nspire* écrit directement la forme algébrique de z.
Cela vient du fait qu'on est en mode REEL.
Si on est en mode POLAR le TI*nspire* aurait répondu $e^{\frac{i\pi}{12}}\sqrt{2}$, c'est-à-dire la forme trigonométrique.



3°) En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

On sait que $|z| = \sqrt{2}$ donc

$$z = \sqrt{2}\left(\frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}}{4} + i\,\frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}{4}\right)$$

Or $Arg(z) = \frac{\pi}{12} \quad (2\pi)$ donc $z = \sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{12}}$, donc

$$z = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$$

Par identification :

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}}{4} \text{ et } \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}{4}$$