

Determinación del Coeficiente de Restitución (e) de una pelota de ping-pong

Víctor Garrido Castro
Universidad de Viña del Mar
vgarrido@uvm.cl ; vgarridoster@gmail.com
032(2) 462680

Resumen

El presente artículo presenta una forma experimental para el cálculo del coeficiente de restitución (e) de una pelota de ping-pong, en el analizamos el comportamiento de su posición, velocidad y aceleración en el tiempo para el movimiento de la pelota sobre diversas superficies, utilizando tecnologías (TICS).

1. Introducción

Durante una colisión, todos los cuerpos sufren una pequeña deformación y por tanto liberan energía en forma de calor. La facilidad con que un cuerpo recobra su forma original después de un choque, es la medida de su elasticidad. Se debe tener en cuenta que tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética deben conservarse en los choques. Aunque esta afirmación es aproximadamente cierta para cuerpos duros, es falsa para cuerpos suaves o que puedan rebotar más lentamente cuando chocan

Si la energía cinética permanece constante después del choque, se dice que este ha sido perfectamente elástico (caso ideal). Si los cuerpos que chocan entre sí, permanecen juntos después de la colisión, se dice que esta fue perfectamente inelástica. La mayor parte de los choques varían entre estos dos extremos.

Una manera de medir la elasticidad de un choque, se obtiene relacionando las velocidades relativas antes del choque y después del mismo.

Las colisiones inelásticas se caracterizan por una pérdida en la energía cinética. Podemos representar por e , la fracción de la velocidad relativa final divididos por la inicial, o sea:

$$(v_{1f} - v_{2f}) = -e \cdot (v_{1i} - v_{2i}) \quad (1)$$

Donde e se conoce como el coeficiente de restitución.

El coeficiente de restitución (e) puede calcularse como el cociente negativo de la velocidad relativa después del choque a la velocidad relativa antes del choque.

$$e = - \frac{v_{1f} - v_{2f}}{v_{1i} - v_{2i}} \quad (2)$$

El método que usaremos para medir el coeficiente de restitución esta basado en deja caer una pelota de ping-pong desde una altura inicial h_0 , siendo h_1 y h_2 las alturas sucesivas alcanzadas por la pelota después del choque con la superficie del suelo figura (1)

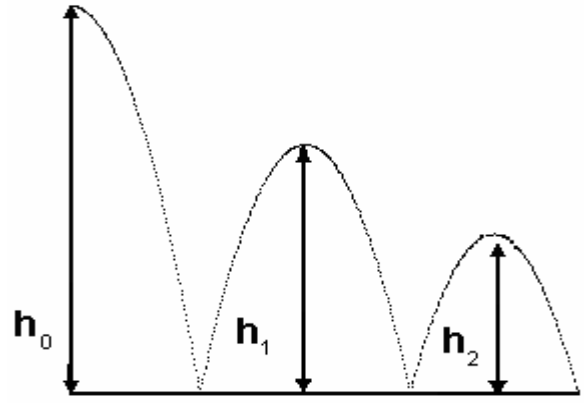


Figura 1

Donde:

$v_{1i}; v_{1f}$, son las velocidades de la pelota antes del choque y después del choque

$v_{2i}; v_{2f}$, son las velocidades de la superficie (tierra) antes y después del choque,

Siendo : $v_{2i} = v_{2f} = 0$,reemplazando en (2) ,obtenemos

$$e = - \frac{v_{1f} - 0}{v_{1i} - 0} = - \frac{v_{1f}}{v_{1i}} \quad (3)$$

Para choques perfectamente elásticos, $e = 1$

Para choques perfectamente inelásticos, $e = 0$

Aplicando las ecuaciones del movimiento uniforme acelerado, obtenemos:

$$h_f = h_i \pm v_i \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

$$\text{Con } h_f = 0 ; v_i = 0, \text{ se tiene } (4) \quad h_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

Despejando el tiempo de caída tenemos $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}}$, siendo la velocidad

$$v_{1i} = -\frac{dh_0}{dt} = -g \cdot t,$$

$$\text{Reemplazando el tiempo de caída } t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}}$$

$$v_{1i} = -g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}} = -\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \quad (5), \text{ donde } v_{1i} \text{ corresponde a la velocidad del objeto antes}$$

de chocar con la tierra y corresponde a la velocidad final de la caída desde una altura h_0 .

Igualmente obtenemos $v_{1f} = +g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = +\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$, (6) (sentido contrario a v_{1i}), reemplazando en el coeficiente de restitución, tendremos;

$$e = -\frac{+\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{-\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} \quad (7)$$

Si se desea obtener la altura esperada en el segundo rebote, se tendrá:

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}, \text{ y elevando al cuadrado: } h_2 = e^2 \cdot h_1 \quad (8)$$

Una vez conocido el coeficiente de restitución e se pueden obtener los desplazamientos horizontales sucesivos d_1, d_2, d_3 como resultado de los rebotes de la pelota contra el suelo:

$$e = \frac{d_2}{d_1}, \text{ y la longitud esperada en el tercer rebote: } d_3 = e \cdot d_2 \quad (9), \text{ y así sucesivamente}$$

La figura (2) muestra los desplazamientos horizontales sucesivos d_1, d_2, d_3 como resultado de los rebotes de la pelota contra el suelo:

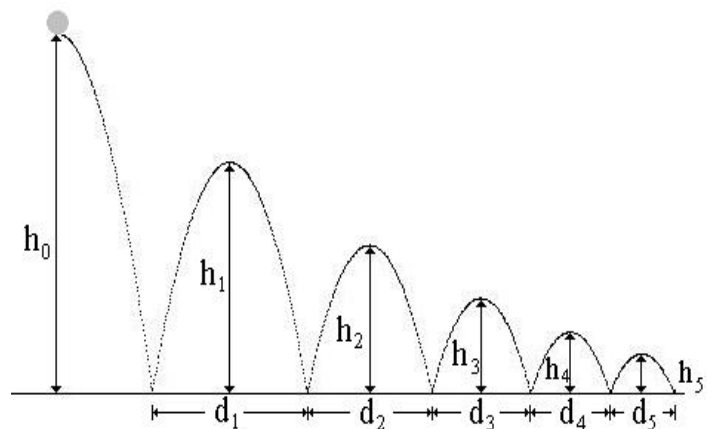
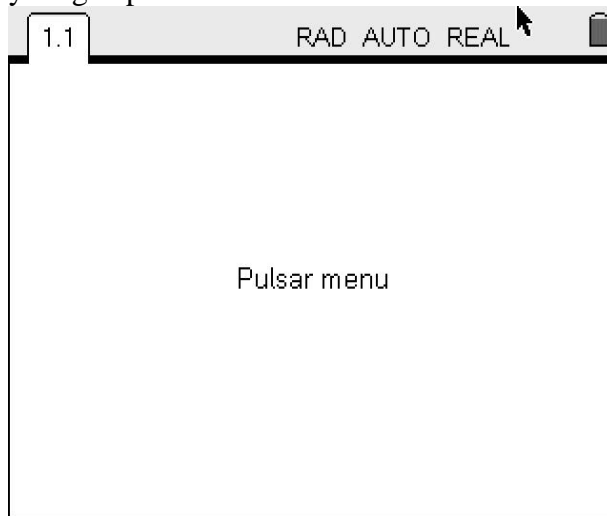


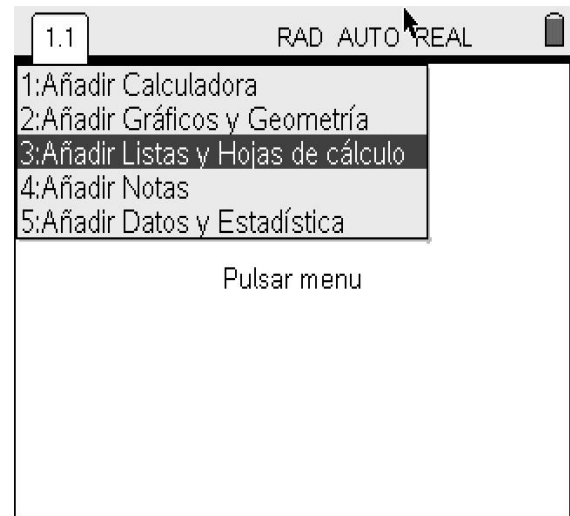
Figura 2

2. Procedimiento y Metodología

1. Encienda la calculadora TI-*Nspire* y asegúrese de que aparezca la pantalla de inicio
2. Ver → Encienda la TI-*Nspire* y vaya a pantalla de inicio, con el cursor de la parte media recorra la pantalla
3. Vaya y haga clic en ver y luego en TI-Smart View → (Unidad Portátil-Pantalla Lateral) y luego apretar menú

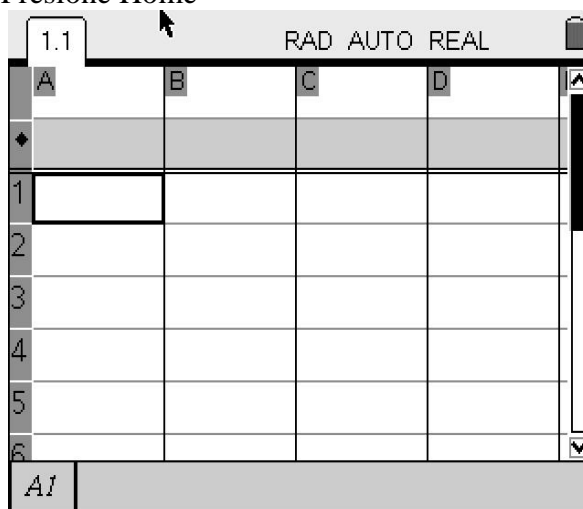


1

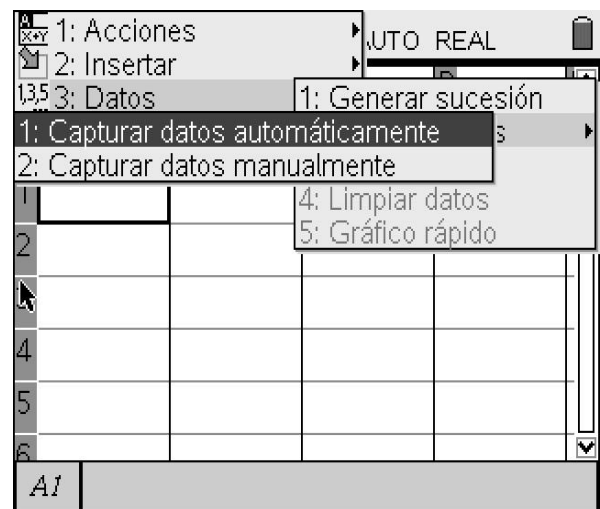


2

4. Menú → 3: Datos → 2: Capturar Datos → 1: Capturar Datos Automáticamente
Presione Home

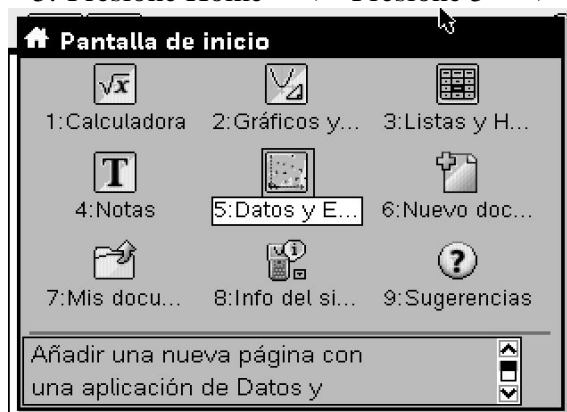


3

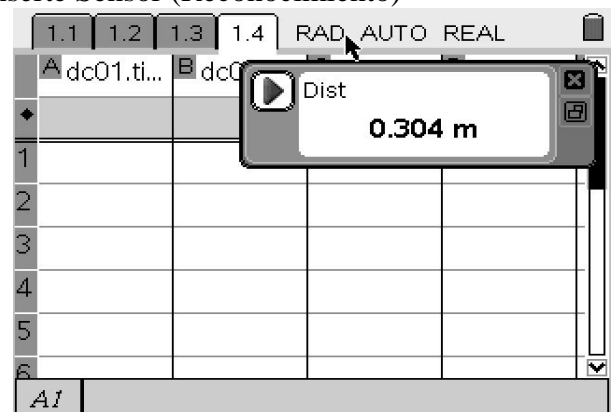


4

5. Presione Home → Presione 5 → Inserte Sensor (Reconocimiento)

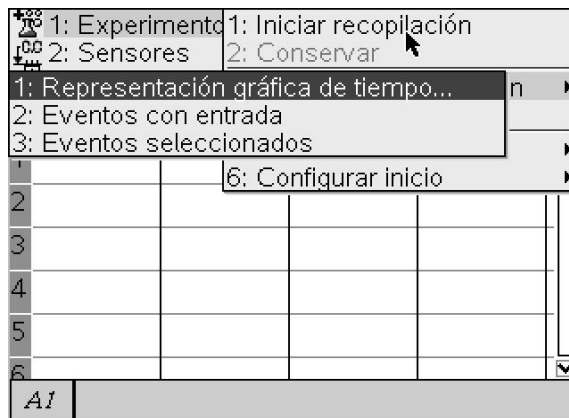


5



6

6.-Menú → 2: Sensores → 1: Cero, luego Menú → 1: Experimento → 3: Configurar Recopilación → 1: Representación Gráfica de Datos

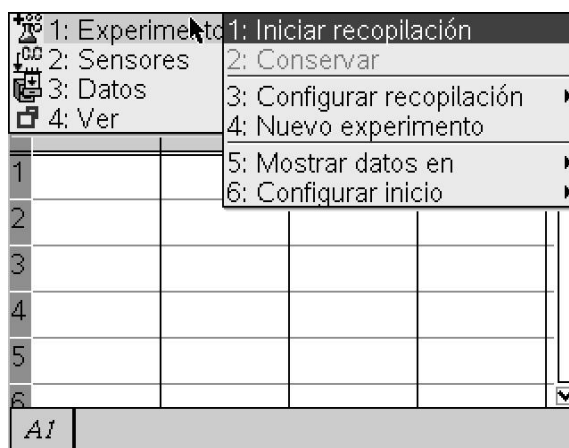


7

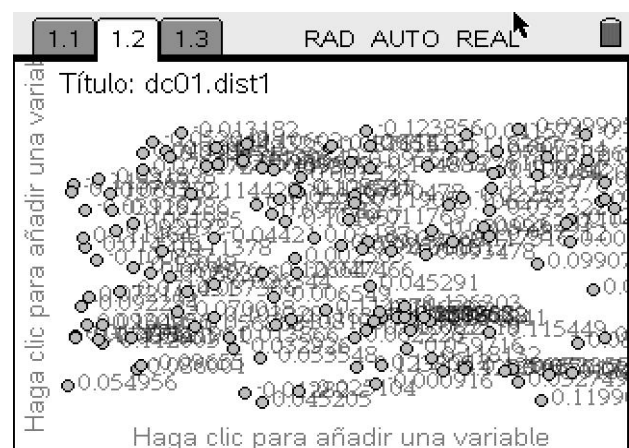


8

9.-Menú 1: Experimento → 1: Iniciar Recopilación, suelte la pelota de Ping Pong de unos 50(cm) luego presione

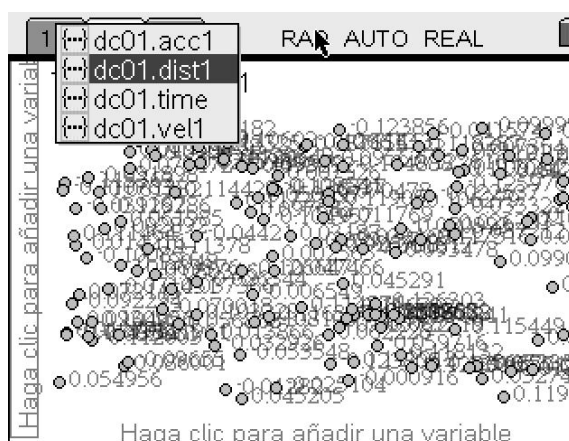


9

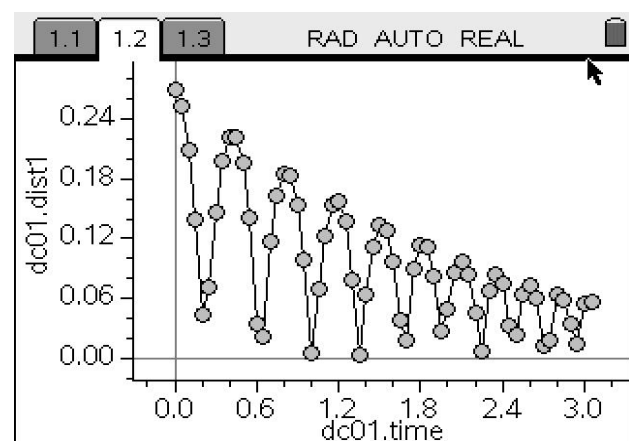


10

10.-Luego presione ctrl y cursor central, haga clic en eje vertical y seleccione dc01.dis 1, de igual forma, haga clic en eje horizontal y seleccione dc01.time 1

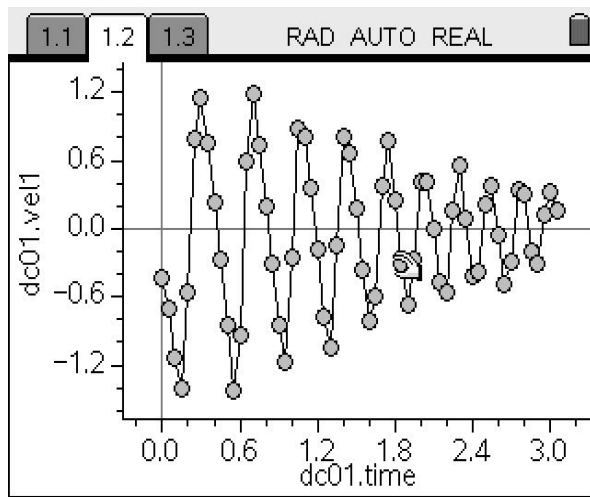


11

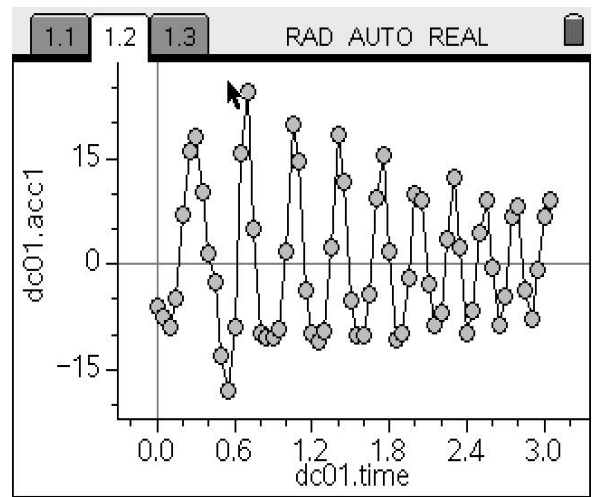


12

11.-Luego haga clic y cambie las variables para obtener los gráficos de velocidad -tiempo y aceleración -tiempo



13



14

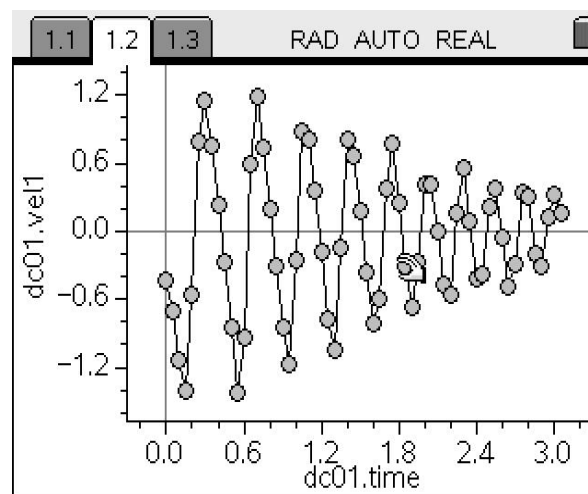
3. Análisis

A partir de los gráficos posición-tiempo (ver gráfico (12)) se puede apreciar que la altura inicial h_0 desde la cual se deja caer la pelota es $h_0=0,27(\text{cm})$, alcanzando una altura $h_1=0,22(\text{cm})$. Si determinamos el coeficiente de restitución e a partir de la ecuación (7) y considerando el gráfico (12) obtenemos el siguiente valor $e = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} = \sqrt{\frac{0,22}{0,27}} = 0,9026 \cong 0,9$, de

igual manera a partir del gráfico (12) $h_2=0,15(\text{cm})$ $e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{0,15}{0,22}} = 0,825 \cong 0,83$. También a partir de los desplazamientos horizontales sucesivos dado por la ecuación (9), se puede determinar el coeficiente de restitución e .

4. Análisis de la Velocidad

El programa permite además analizar el comportamiento tanto de la velocidad como de la aceleración, a partir de los gráficos $v \left[\frac{m}{s} \right] v/s \ t[s]$ y $a \left[\frac{m}{s^2} \right] v/s \ t[s]$, para la pelota de ping-pong.

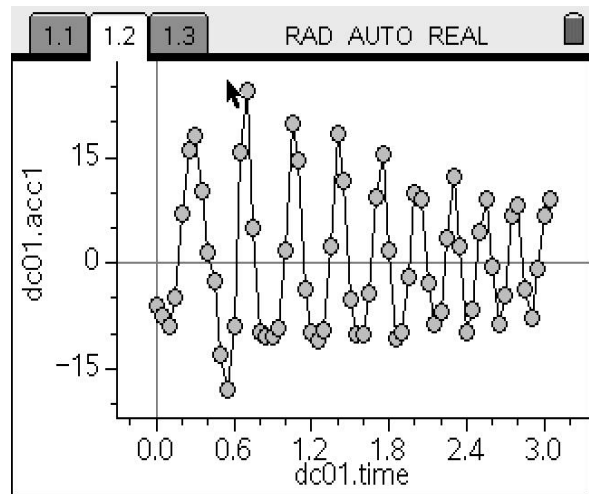


Observamos que la velocidad tiene pendientes positivas (pelota que sube) y pendientes negativas (pelota que baja), y si calculamos las pendientes negativas considerando los puntos del gráfico (15), obtenemos los siguientes valores:

$$m_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{-1,18 - 1,19}{0,95 - 0,7} = \frac{-2,37}{0,25} = -9,48 \left[\frac{m}{s^2} \right] \cong g, \text{ de igual forma se cumple que:}$$

$$m_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{-0,67 - 0,766}{1,9 - 1,75} = \frac{-1,436}{0,15} = -9,57 \left[\frac{m}{s^2} \right] \cong g, \text{ es decir los valores que se obtienen corresponden a las de aceleración de gravedad } g. \text{ lo que confirma la física del problema, dejamos el cálculo de las pendientes positivas al lector y su posterior análisis.}$$

Del gráfico (16) que corresponde al gráfico $a \left[\frac{m}{s^2} \right] v/s \ t[s]$, se pueden visualizar zonas donde la aceleración permanece constante con un valor cercano a $9,8 \left[\frac{m}{s^2} \right]$, las zonas de picks corresponden al momento en que la pelota se encuentra subiendo.



5. Materiales y Equipos

- 1.-Sensor CBR 2
- 2.-Calculadora Gráfica TI-*Nspire*
- 3.-Programa TI-*Nspire* CAS
- 4.-Pelota de Ping-Pong

6. Bibliografía

- 1.- http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/bouncingBall/bouncingBall_s.htm
- 2.- Manual de uso CBR Texas Instruments
- 3.- Serway-Jewet, Física I (Tercera Edición)

7. Conclusiones

A través del uso de la TI-*Nspire* y el sensor CBR2TM, no solo se pueden capturar, ver y analizar el comportamiento de posición, velocidad y aceleración frente al tiempo para la caída de una pelota de ping-pong, sobre una determinada superficie. Usando adecuadamente los conocimientos teóricos de física se pueden calcular los coeficientes de restitución e para determinadas superficies usando diferentes materiales y diversos balones. El programa además permite explorar, movimiento de caída libre, calcular pendientes a partir del gráfico Velocidad-Tiempo $\left[\frac{\Delta v}{\Delta t} \right]$, ajustar un modelo y visualizar en su conjunto la física del problema.