

### **Sinopsis de la Actividad**

En esta actividad los estudiantes son introducidos al tema de las razones de cambio. El proceso intenta ser explícito y visualmente dinámico. Las preguntas de opción múltiple pueden ser calificadas por los propios alumnos y les ayudan a construir su conocimiento permitiéndoles ponerlo en práctica con tareas y preguntas adicionales.

### **Tópicos: Diferenciales y Razones de Cambio**

- Aplicación de la derivación implícita
- Fórmulas relacionadas con fenómenos del mundo real

### **Preparación del Profesor y Notas**

- Los estudiantes pueden escribir sus respuestas directamente en la TI-Nspire o en el documento que se les proporciona. En las preguntas de opción múltiple, los estudiantes introducen su respuesta y presionan **MENU** > **Check Answer** (o presiona **(ctrl) + ▲**).
- Esta actividad se puede completar con o sin la funcionalidad CAS. Si no se usa la funcionalidad CAS, entonces los estudiantes deben completar la diferenciación implícita y la conversión de unidades a mano.
- La actividad tiene un diseño de descubrimiento centrado en el estudiante para el aprendizaje de las razones de cambio. Al término de la actividad, se refuerzan los métodos para la solución de estos problemas.
- Las anotaciones para el uso del TI-Nspire™ Navigator™ se incluyen a lo largo de la actividad. El uso de este sistema no es indispensable para la ejecución de la actividad.

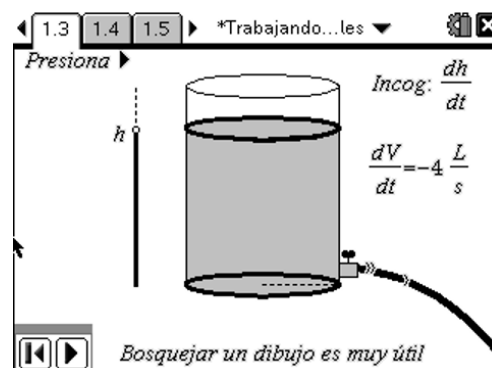
### **Materiales Asociados**

- Razones\_de\_Cambio\_Estudiante.doc
- RazonesdeCambio.tns

### **Problema 1 – Ejemplo y Explicación**

A los estudiantes se les presenta la situación de un tanque cilíndrico. Este problema sirve como base para explicar el proceso de solución de preguntas acerca de diferenciales y razones de cambio relacionadas.

Los estudiantes suelen tener dificultad para darse cuenta de que, si el volumen decrece, la razón de cambio es negativa.



Otra dificultad que tienen los estudiantes es recordar la fórmula apropiada para relacionar los datos de que disponen con las incógnitas a determinar. Las preguntas de opción múltiple de la página 1.4 pueden servir de repaso para algunas otras fórmulas.

A menudo los estudiantes intentan manejar a  $r$  y a  $h$  como variables aún y cuando alguna de ellas no cambia, o también las manejan como constantes cuando en realidad sí están cambiando. Las preguntas del Paso 3 se relacionan con este punto.

Otro aspecto al que se requiere que los estudiantes atiendan es el relativo a las unidades. Las capacidades de la CAS para la conversión de unidades se utilizan en la página 1.7.

### Soluciones de los estudiantes

Paso 1: Variables: altura  $h$ , radio  $r$ , volumen  $V$ , tiempo  $t$

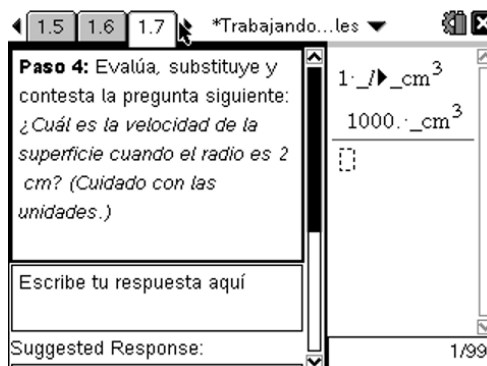
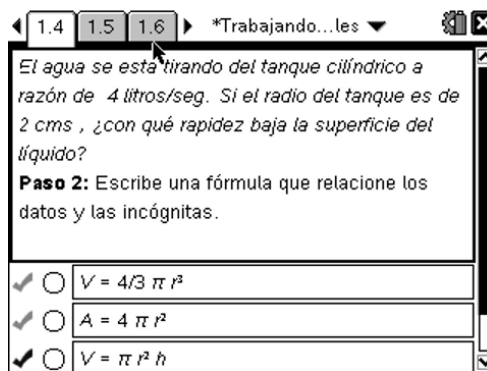
$$\text{Datos: } \frac{dV}{dt} = -4 \text{ Litros/seg, } r = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Incógnita: } \frac{dh}{dt}$$

$$\text{Paso 2: } V = \pi r^2 h$$

$$\text{Paso 3: No, } r \text{ es constante; } \frac{dV}{dt} = \pi r^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\text{Paso 4: } \frac{-1000}{\pi} \text{ cm/seg}$$



**Oportunidad para el TI-Nspire Navigator: Screen Capture**

**Ver Nota 1 al final de esta lección.**

## Problema 2 – Ejemplo Adicional y Explicación

La derivación implícita y los pasos para las preguntas sobre las razones de cambio nuevamente se ejemplifican. Los pasos son presentados en un formato de respuesta abierta de autoevaluación. El ejemplo de dos autos arrancando de un punto es un problema típico de Pitágoras que requiere ser derivado cuidadosamente en forma implícita y la utilización de la Regla de la Cadena.

Para agregar mayor profundidad a esta pregunta, cuestione a los estudiantes acerca de si se obtendría la misma respuesta si el auto que se dirige al este arrancara a 60 unidades de distancia del punto original y viajara hacia el oeste a 15 unidades/hora. Pídales que expliquen su respuesta.

The screenshot shows two windows from a TI-Nspire Navigator interface. The top window displays a problem statement: "Ejemplo #2: Dos carros parten simultáneamente, uno hacia el este a 15 unidades/hora y el otro hacia el norte a 8 unidades/hora. ¿Cuál es la razón a la que aumenta la distancia entre ellos cuando el auto que va al este se encuentra a 30 unidades del punto inicial?" Below the problem is "Paso 1: Asignación de variables, identificación de los datos, y determinación de las incógnitas." and a "Variables:" field. The bottom window shows a diagram of a right triangle with a hypotenuse of 17.9 u. The vertical leg is labeled y = 8.4 u and has a derivative dy/dt = 8. The horizontal leg is labeled x = 15.8 u and has a derivative dx/dt = 15. A slider for time t is set to 1.05. The diagram also shows a coordinate system with x and y axes.

### Soluciones de los Estudiantes

Paso 1: Variables:  $x$  es la distancia al este,  $y$  es la distancia al norte,  $z$  es la distancia entre los autos, y  $t$  es el número de horas transcurridas

$$\text{Datos: } \frac{dy}{dt} = 8, \frac{dx}{dt} = 15$$

$$\text{Objetivo: } \frac{dz}{dt} \text{ cuando } x = 30$$

$$\text{Paso 2: } z = \sqrt{x^2 + y^2}, x = 15t, y = 8t, z = \sqrt{(15t)^2 + (8t)^2}$$

$$\text{Paso 3: } \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \sqrt{(15t)^2 + (8t)^2} \right)$$

Paso 4:

Resultado = 17 unidades


**Oportunidad para el TI-Nspire Navigator: Quick Poll**

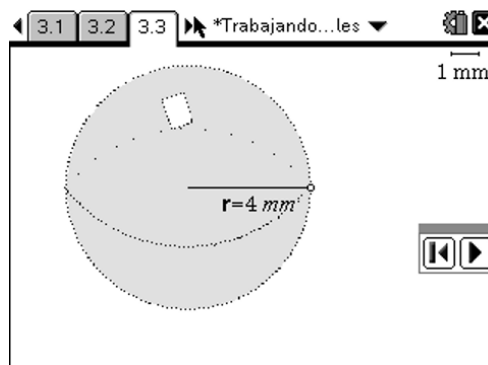
**Ver Nota 2 al final de esta lección.**

### Problema 3 – Tarea/Extensión

En esta sección, los estudiantes aplican lo que ya han aprendido, a varios problemas del mundo real.

Estos ejercicios pueden ser usados ya sea para confirmar las soluciones o para mejorar la comprensión conceptual de las preguntas.

Si se desea, los estudiantes pueden presionar  para usar el *Scratchpad* para ayudarse en los cálculos. Las soluciones están disponibles para la autoevaluación.



#### **Soluciones del Estudiante**

1.  $\frac{1}{4\pi}$  mm/seg
2.  $-160\pi$  cm<sup>2</sup>/hr
3. aproximadamente 28.83 mph

### Oportunidades para el TI-Nspire Navigator

#### **Nota 1**

##### **Problemas 1-3, Screen Capture**

A través de la lección, Usted puede usar el Screen Capture para verificar que los estudiantes sean capaces de resolver las aplicaciones y contestar correctamente las preguntas.

#### **Nota 2**

##### **Problemas 1-3, Sondeo Rápido**

Usted puede decidir usar el Quick Poll para evaluar la comprensión de los estudiantes. Las preguntas del documento de trabajo de los estudiantes se pueden usar para orientar las posibles preguntas.