## Exercice 2

Pondichéry, avril 2008

5 points

**Partie A**

On suppose connu les résultats suivants :

- Dans le plan complexe, on donne par leurs affixes $z_A, z_B$ et $z_C$ trois points $A, B$ et $C$.
  Alors $\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA}$ et $\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \left(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}\right)\ (2\pi)$
- Soit $z$ un nombre complexe et soit $\theta$ un réel : $z = e^{i\theta}$ si et seulement si $|z| = 1$ et $\arg(z) = \theta\ \ (2\pi)$

Démonstration de cours : Démontrer que la rotation $r$ d'angle $\alpha$ et de centre $\Omega$ d'affixe $\omega$ est la transformation du plan qui à tout point $M$ d'affixe $z$ associe le point $M'$ d'affixe $z'$ tel que
$z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.

**Partie B**

Dans un repère orthonormal direct du plan complexe $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points $A, B, C$ et $D$ d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{3} - i, z_B = 1 - i\sqrt{3},\ z_c = \sqrt{3} + i$ et $z_D = -1 + i\sqrt{3}$.

1°) a) Donner le module et un argument pour chacun des quatre nombres complexes $z_A, z_B,\ z_c$ et $z_D$.
    b) Comment construire à la règle et au compas les points $A, B, C$ et $D$ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ?
    c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$ ?

2°) On considère la rotation $r$ de centre $B$ et d'angle $-\frac{\pi}{3}$. Soient $E$ et $F$ les points du plan définis par :
    $E = r(A)$ et $F = r(C)$.
    a) Comment construire à la règle et au compas les points $F$ et $E$ dans le repère précédent ?
    b) Donner l'écriture complexe de $r$.
    c) Déterminer l'affixe du point $E$.