G1n – L'ELASTIQUE

Auteur : Alain Legros

TI-Nspire™ - TI-Nspire™ CAS

Mots-clés : triangle rectangle, médiatrice, Pythagore, Thalès.

Fichiers associés : G1nElev_Elastique.tns, G1nProf_Elastique.tns

1. Objectifs

Traiter un même problème sous deux aspects : géométrique et algébrique.

2. Commentaires

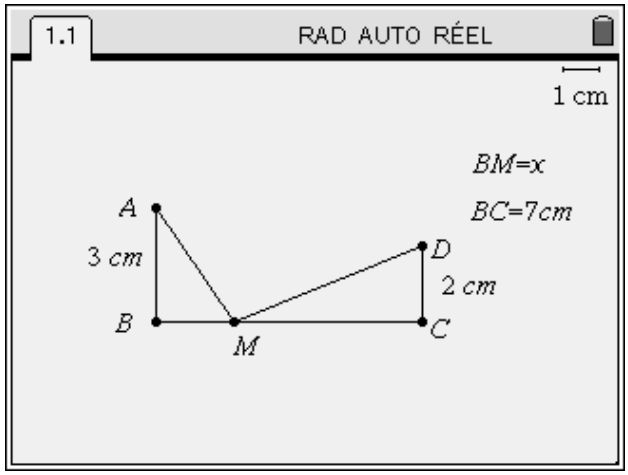
Cette activité très guidée, est destinée à l'aide individuelle en seconde.

3. Conduite de l'activité

1) Enoncé

L'énoncé figure dans l'activité 1.
A, B, C et *D* sont quatre points du plan.
A et *D* sont du même coté de (*BC*).
(*AB*) ⊥ (*BC*) et (*CD*) ⊥ (*BC*).
BC = 7 cm, *AB* = 3 cm et *CD* = 2 cm.
M est un point de [*BC*].
On pose *BM* = *x*.
1) Faire une figure.
2) Déterminer *M* tel que *AM* = *DM*.
3) Déterminer *M* tel que (*AM*) ⊥ (*DM*).
4) Déterminer *M* tel que *AM* + *DM* soit minimale.

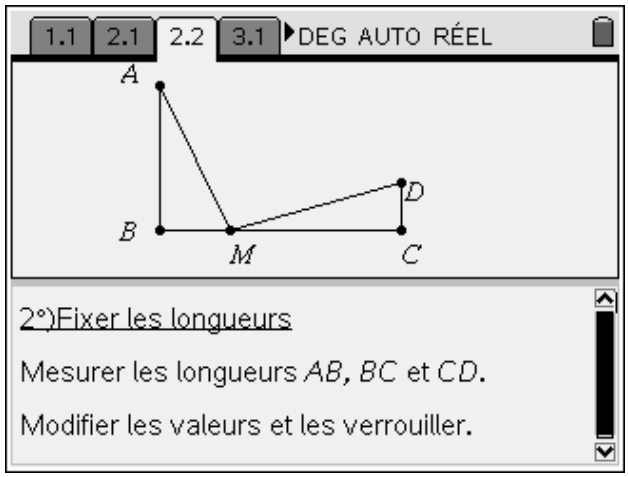
Les trois dernières questions seront d'abord traitées géométriquement, puis algébriquement.



2) Construction de la figure

L'élève doit construire la figure. L'aide qui est donnée ici peut être supprimée si la maîtrise de l'outil géométrique est acquise (activité 2).

Remarques :
- certaines figures sont réalisées dans le fichier G1nElev_Elastique.tns *joint, pour permettre au professeur de gérer une classe d'élèves qui débutent sur TI-Nspire. On pourra, si les élèves sont familiarisés avec le logiciel, supprimer certaines de ces figures.*
- dans l'hypothèse d'un travail avec des nomades reliées à l'ordinateur du professeur, certaines réponses initialement masquées peuvent être supprimées.



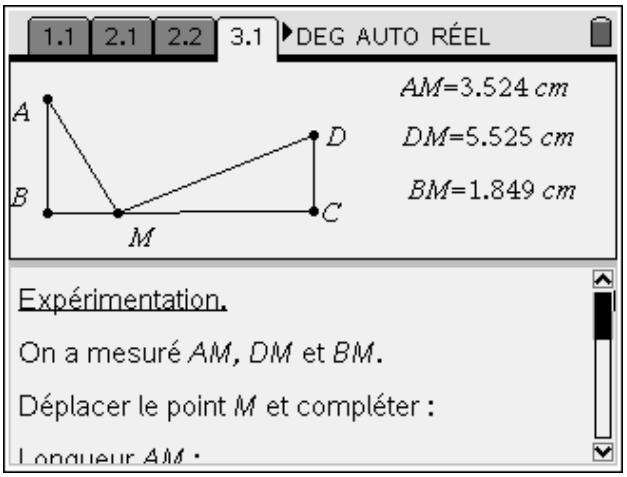
3) Détermination du point *M* tel que *AM* = *DM*

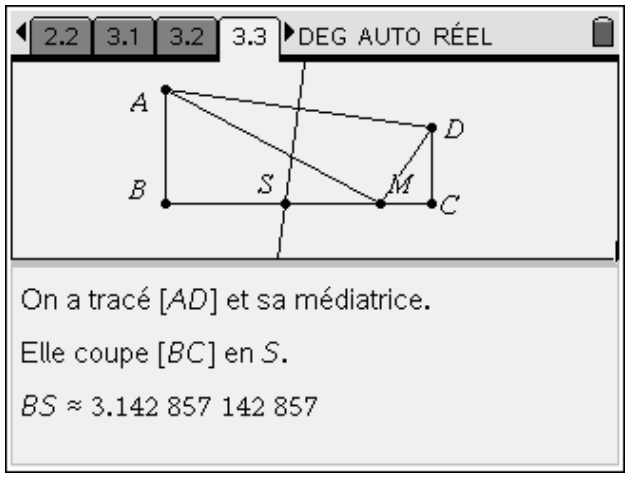
On commence cette activité 3 par une étude de la situation avec TI-Nspire.
On détermine ainsi une valeur approchée de la valeur de *BM* qui correspond au point *M* cherché.

© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

On traite ensuite le problème géométriquement :
Si $AM = DM$ alors M appartient à la médiatrice de $[AD]$.
Puis, on le traite algébriquement : $AM^2 = x^2 + 3^2$ (Pythagore)
$DM^2 = (7 - x)^2 + 2^2 = x^2 - 14x + 49 + 4$. D'où $x^2 + 9 = x^2 - 14x + 53 \Leftrightarrow 14x = 44$.

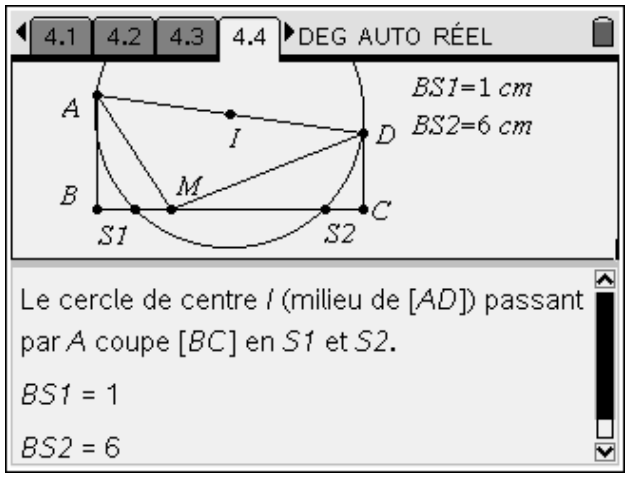
On obtient alors : $AM = DM \Leftrightarrow x = \frac{22}{7} \approx 3{,}142\,857$.





4) Détermination du point *M* tel que (*AM*) ⊥ (*DM*)

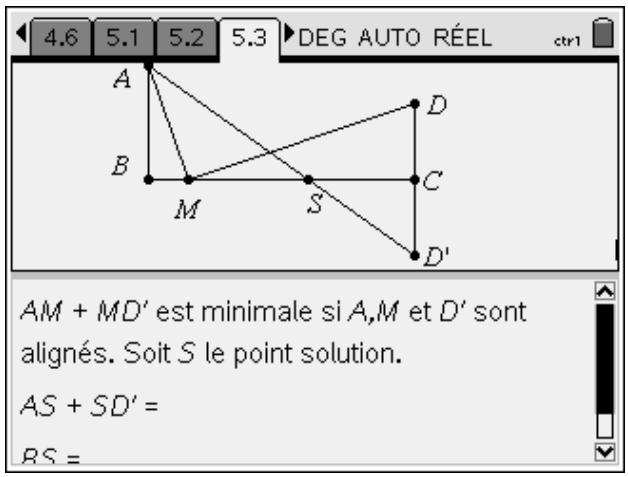
L'activité 4 débute par une recherche du point avec le logiciel. Il semble que deux points (*S1* et *S2* dans la calculatrice) répondent à la question.
Le problème est ensuite traité géométriquement :
Si $(AM) \perp (DM)$ alors M appartient au cercle de diamètre $[AD]$.
Puis algébriquement :
Si les élèves ne connaissent pas l'équation du second degré, on propose d'abord de développer l'espression $(x - 1)(x - 6)$.
$AD^2 = 7^2 + 1^2 = 50$
$AM^2 + DM^2 = AD^2 \Leftrightarrow x^2 + 9 + x^2 - 14x + 53 = 50$
$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$
D'où $x = 1$ ou $x = 6$.



5) Détermination du point *M* tel que *AM* + *DM* soit minimale

L'activité 5 considère dès le départ, le point de vue géométrique :
On fait intervenir le point D' symétrique de D par rapport à la droite (BC).
La plus courte distance étant la ligne droite, il suffit de tracer $[AD']$.
Ensuite, on traite ce problème algébriquement :
Après avoir reconnu une situation de Thalès, on obtient l'équation : $\frac{x}{7 - x} = \frac{3}{2}$.

D'où $x = \frac{21}{5} = 4{,}2$.



© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée