

## **25 Actividades de Geometría Básica**

**Marco Barrales**

### **Introducción**

A través de la historia, la geometría ha sido enfocada de diferentes maneras. Para los egipcios, fue práctica y utilitaria: medían los terrenos irregulares aplicando la triangulación. Para los griegos, en cambio, estuvo relacionada con el enriquecimiento humano del espíritu.

En nuestra época, la geometría se asocia a la astronomía, a la arquitectura y a muchas otras ciencias, artes y técnicas.

Para lograr que nuestros alumnos se interesen en la geometría, hay que tener presente:

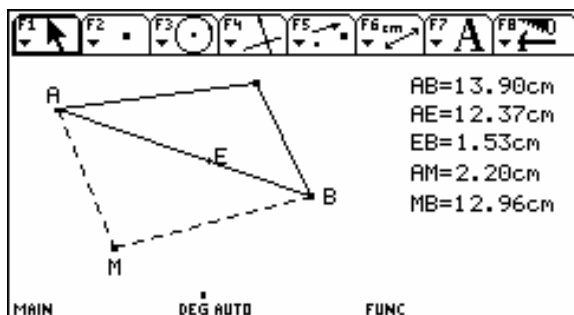
- ✓ Que el medio que nos rodea está lleno de elementos geométricos. Sólo necesitan un poco de observación dirigida para apreciarlos.
- ✓ Que la geometría aplicada es tan importante, como la geometría pura. El arte, la música, la arquitectura, nos apoyarán en esta idea.
- ✓ Qué el aprendizaje de la geometría se hace más fácil y entretenido, si los alumnos pueden trabajar con materiales concretos: tener la experiencia de tocar y palpar.
- ✓ Que es necesario estructurar una secuencia programática de acuerdo al desarrollo intelectual de las alumnas y alumnos.

La Geometría es una ciencia formativa que nos ayuda a razonar. Está presente en la naturaleza y es utilizada en diversas actividades del hombre. Puede ser muy atractiva si se logra hacerla próxima a los alumnos; pero, también puede ser muy difícil, si predomina en su enseñanza la abstracción.

La geometría plana y espacial constituye un bloque de contenidos muy importantes en la enseñanza Básica y Media tanto por el interés intrínseco de los conocimientos propuestos como para sentar las bases de estudios posteriores. Gran parte de estos contenidos pueden ser introducidos con la ayuda de la tecnología de las calculadoras Texas Instruments, especialmente con el modelo VOYAGE 200, que contiene el programa CABRI que permite dibujar figuras planas y manipular las construcciones dinámicamente.

### Actividad 1

1. Crear los puntos  $A$  y  $B$ . (F2 1:Point) con sus respectivas etiquetas.
2. Crear un segmento con los puntos  $A$  y  $B$ . (F2 5:segment)
3. Determinar un punto  $E$  sobre el segmento. (F2 2:Point on Object)
4. Medir el segmento  $AE$ ,  $EB$  y  $AB$ . (F6 1:Distance & Length) Antes debes definir los nuevos segmentos. ¿Qué relaciones puedes determinar?
5. Mover el punto  $E$  hasta que sea punto medio. ¿Qué relación cumple?
6. Crear un punto  $M$  fuera del segmento  $AB$ .
7. Determinar los segmentos  $AM$  y  $MB$ . Medirlos.
8. Mover los puntos  $A$  y  $M$ . ¿Qué observas?



### Actividad 2

1. Crear un segmento  $AB$  (F2 5:Segment) Nota: Con la “mano” puedes mover las etiquetas o puntos.
2. Mover el punto  $A$  o  $B$ .
3. Medir el segmento  $AB$ . (F6 1:Distance & Length)
4. Dibuja una semirecta (F2 6:Ray)
5. Transferir la medida del segmento a la semirecta (F4 9:Measurement Transfer)
6. Mover el curso (lápiz) hasta la medida del segmento (This Number, Enter)
7. Marcarla en la semirecta.
8. Mover el punto  $B$ . ¿Qué observas?

### Actividad 3

1. Crear una circunferencia  $\otimes (o, r)$  (F3 1:Circle)
2. Un punto  $A$  sobre la circunferencia (F2 2:Point on Object)
3. Crear un valor numérico (F7 6:Numerical Edit), ejemplo 4
4. Transferir la medida a la circunferencia (F4 9: Measurement Transfer)
5. Mover el cursor al punto  $A$  y pulsar enter.

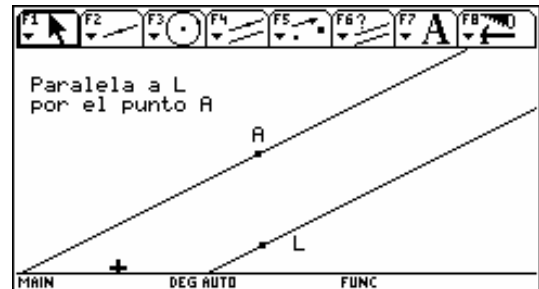
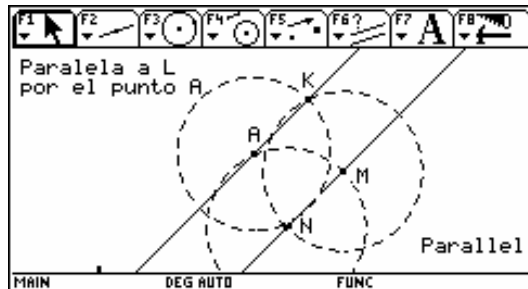
### Problema

Cristian y Angélica viven en dos casas separadas en el campo. Cada día se citan en el punto medio del camino recto que une las casas y pasean por un camino que se encuentra siempre a la misma distancia de las dos casas. Haz un diseño con CABRI que represente esta situación. Desplaza los puntos que representan a las casas y observa cómo se modifica la construcción.

### Actividad 4

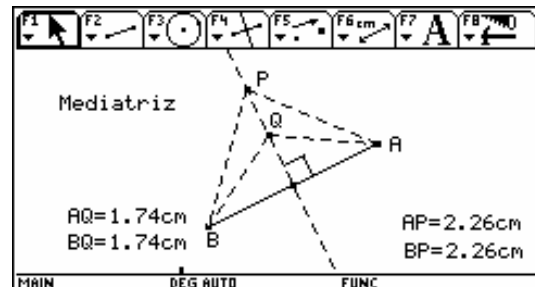
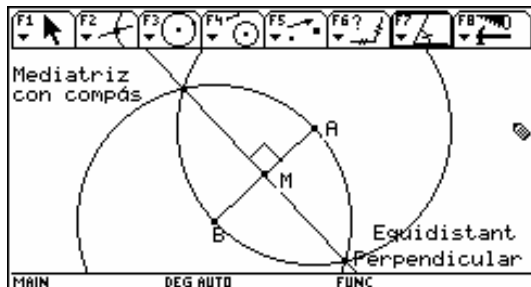
1. Crear una recta y un punto  $A$  fuera de la recta
2. Trazar la paralela a la recta por el punto  $A$  utilizando la herramienta Compás.

3. (F4 8:Compass) Enter en el punto A y luego en un punto N sobre la recta
4. La construcción se realiza como si trabajaras con un compás. Termina la construcción. Para chequear (F6 8:Check Property 2:Parallel)
5. Ahora realiza la construcción con la herramienta paralela (F4 2:Parallel Line) y mueve el cursor a la recta enter y luego al punto A enter.
6. Mover el punto A. ¿Qué observas?



### Actividad 5

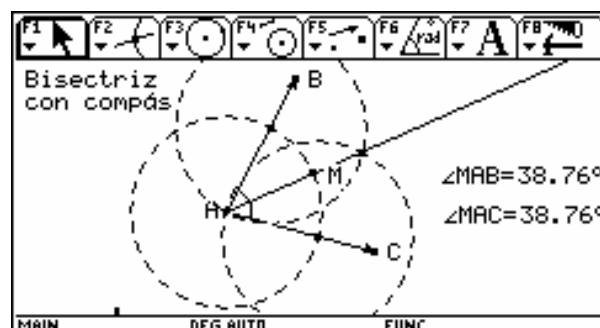
1. Dibujar un segmento AB y construir la mediatriz de AB.
2. Realiza una construcción con el herramienta compás y luego con (F4 4:Perpendicular Bisector)
3. Comprueba la propiedad de la mediatriz para lo cual determina un punto P cualquiera sobre la mediatriz y mide la distancia a los punto A y B.
4. Mover el punto P por la mediatriz. ¿Qué observas?
5. Medir el ángulo formado por la mediatriz y el segmento AB



6. ¿Qué triángulo es ABP? ¿Qué pasa representa la mediatriz en el triángulo?

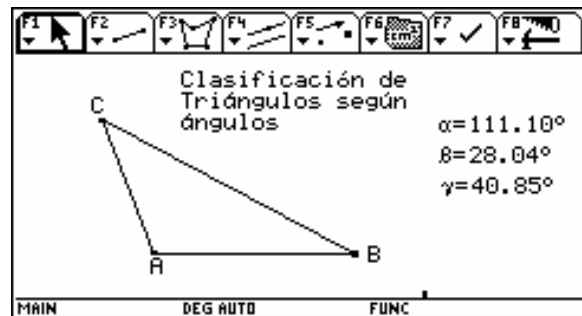
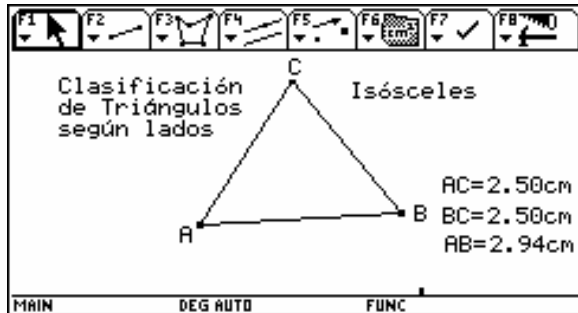
### Actividad 6

1. Construir un ángulo con vértice A
2. Para el punto A (F2 1:Point), vector  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AC}$  (F2 7:Vector)
3. Trazar la bisectriz del  $\angle BAC$  utilizando la herramienta compás (F4 8:Compass)
4. Comprobar la propiedad de la bisectriz, ¿cuál es?
5. Determina un punto M cualquiera sobre la bisectriz
6. Medir los ángulos MAB y MAC (F6 3:Angle) ¿Qué concluyes?
7. Construir otro ángulo y trazar la bisectriz con (F4 5:Angle Bisector) Debe marcar los puntos que limitan al ángulo, el vértice al medio en la secuencia.



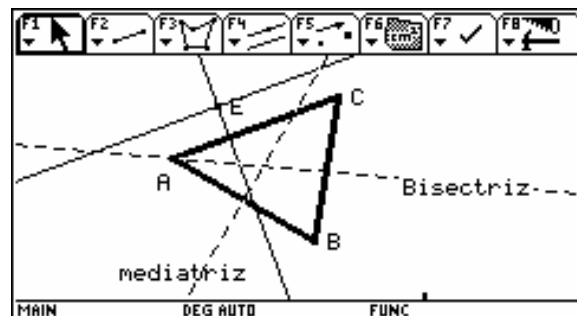
## Actividad 7

1. Construir un triángulo de vértices ABC. Puede marcar los tres vértices con (F2 1:Point) y luego unirlos con un segmento (F2 5:Segment), comenzar inmediatamente con los segmentos. Otra forma es en (F3 3:Triangle), no olvide marcar en cada vértice la respectiva etiqueta.
2. Medir los lados del triángulo y sus ángulos.
3. Mover un vértice y clasificar los triángulos según sus lados y ángulos.



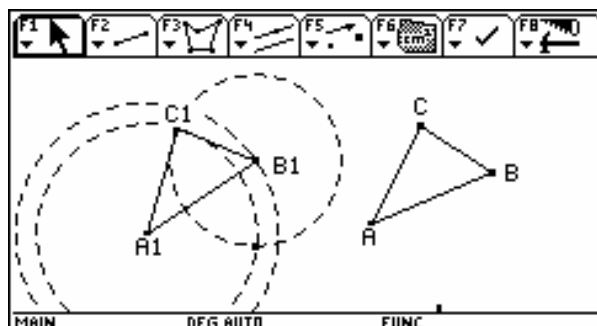
## Actividad 8

1. Dibuja un triángulo ABC (da nombre a cada vértice al marcarlo)
2. Desplaza el triángulo
3. Marca un punto E exterior a la región definida por el triángulo. Traza una paralela y una perpendicular a uno de sus lados que pase por el punto E
4. Mueve el punto E. Ocúltalo después (F7 1:Hide/Show)
5. Dibuja la mediatriz de AB
6. Dibuja la bisectriz del ángulo CAB
7. Desplaza el vértice A. Oculta la bisectriz
8. Haz aparecer la bisectriz y oculta la mediatriz
9. Desplaza los otros dos vértices y observa lo que ocurre.



## Problema

Dibuja un triángulo (utiliza tres segmentos para los lados). Construye otro cuyos lados sean iguales a él. (utiliza la herramienta compás). Cuando lo hayas construido intenta desplazar los vértices de estos dos triángulos.

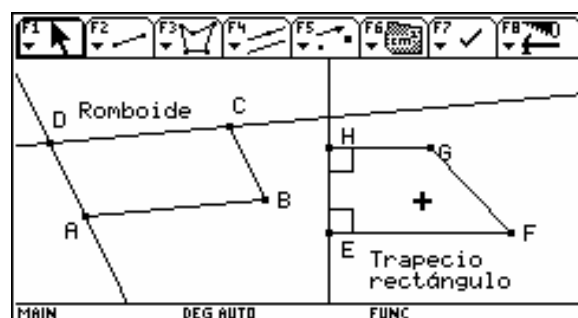


## Actividad 9

1. Construir un polígono ABCDE irregular utilizando segmentos de recta
2. Construir un polígono ABCDE utilizando (F3 4:Polygon). Da nombre a cada vértice al marcarlo. Desplaza los vértices. ¿Qué observas?
3. Calcular el Perímetro del polígono ( F6 1:Distance & Length) mover el cursor a un lado del polígono y aparecerá el mensaje: “perimeter of this polygon” enter.
4. Calcular el área de la región poligonal (F6 2: Area) mover el cursor a un lado del polígono y aparecerá el mensaje: “This polygon” enter.
5. Desplaza los vértices y observa como cambian los cálculos.

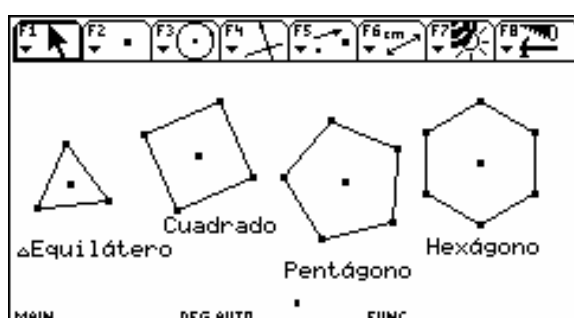
## Actividad 10

1. Construir un cuadrilátero ABCD (F3 4:Polygon).
2. Desplaza los vértice y clasifica los cuadriláteros
3. Construir un paralelogramo, un trapecio y un Deltoide



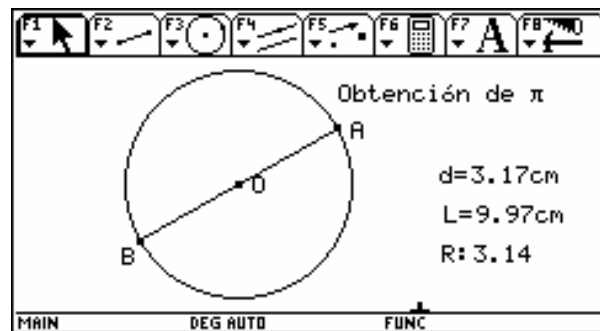
## Actividad 11

1. Construir polígonos regulares (F3 5:Regular Polygon)
2. Mover el cursor para determinar el centro enter y mover el cursor para determinar el tamaño del polígono enter y aparece el número de lados moviendo el curso cambia el número enter para fijarlo.
3. Construir un triángulo equilátero, cuadrado, pentágono y hexágono.
4. Calcular perímetro y área.



## Actividad 12

1. Dibujar una circunferencia (F3 1:Circle) con centro el punto O
2. Determina un punto A sobre ella
3. Trazar una recta que pase por A y O
4. Determina el punto B entre la intersección de la circunferencia y la recta
5. Marca el segmento AB y oculta la recta (F7 1:Hide/Show)
6. Mide la longitud de la circunferencia (L)
7. Mide el diámetro AB de la circunferencia (d)
8. Activa la calculadora (F6 6:Calculate) y obtén el resultado del cociente entre la longitud de la circunferencia (L) y el diámetro (d). ¿Qué resultado obtienes? ¿Qué número representa?

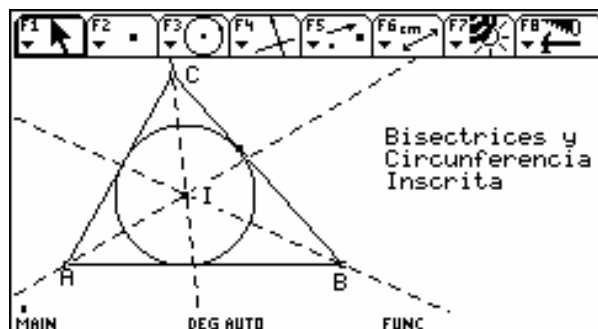


Acá tienes otras formas de escribir *phi* ( $\pi$ ) en el tiempo y en distintas civilizaciones:

Cultura / Civilización / Matemática	Tiempo	Número Phi ( $\pi$ )
Egipcios	2000 antes de C.	$(\frac{16}{9})^2$
Hindúes	500 antes de C.	$(\frac{7}{4})^2$
Arquímedes (Griego)	287 – 212 antes de C.	$\frac{22}{7}$
Ptolomeo (Griego)	85 – 165 después de C.	$3\frac{17}{120}$
Chinos	500 después de C.	$3\frac{16}{113}$
Brahmagupta (Indio)	600 después de C.	$\sqrt{10}$
Fibonacci	1200 después de C.	$3\frac{39}{275}$
Vieta (Francés)	1540 - 1603	$1,8 + \sqrt{1,8}$

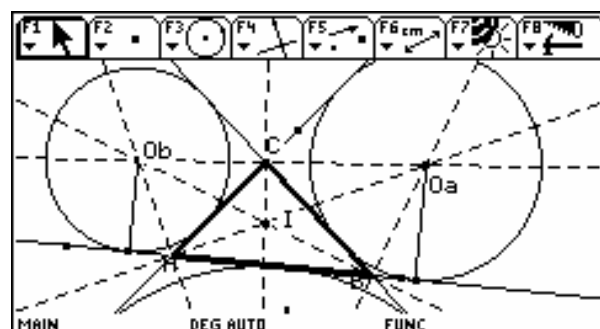
## Actividad 13

1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres segmentos para los lados). Construir las bisectrices interiores. ¿Cómo se llama el punto de intersección de las bisectrices? ¿Siempre se encuentra en la región interior del triángulo?
2. Trazar la circunferencia inscrita al triángulo. ¿Cómo son las distancias del centro de la circunferencia inscrita a los puntos tangenciales?



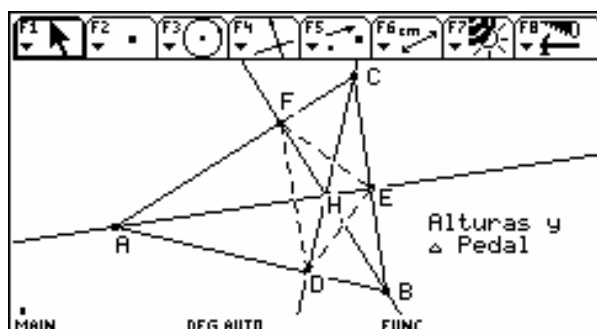
#### Actividad 14

1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres rectas para los lados).
2. Construir las bisectrices de los ángulos interiores y de los ángulos exteriores.
3. Trazar las circunferencias ex-inscritas al triángulo.
4. trazar la circunferencia inscrita al triángulo.



#### Actividad 15

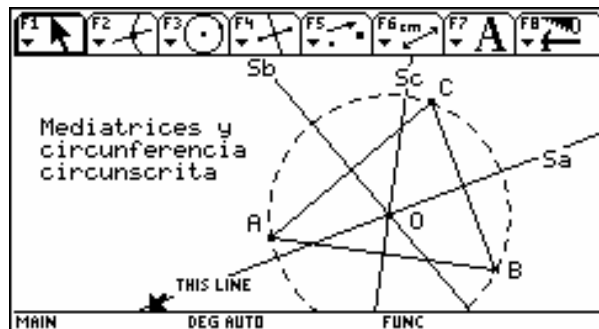
1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres segmentos para los lados).
2. Trazar sus alturas. ¿Cómo se llama el punto de intersección de ellas?
3. Mover los vértices del triángulo para crear un triángulo rectángulo, obtusángulo y acutángulo. ¿Dónde se encuentra el ortocentro en cada caso?
4. Trazar el triángulo pedal.



#### Actividad 16

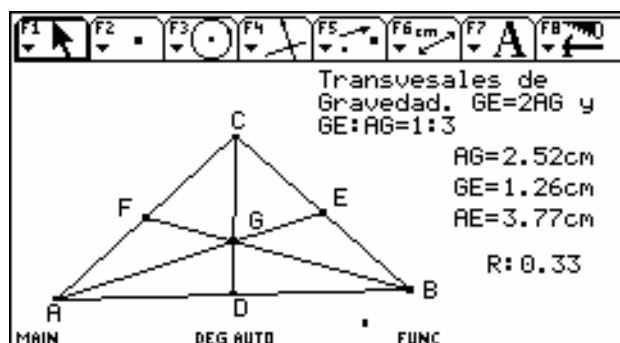
1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres segmentos para los lados).
2. Trazar las mediatrices. Puedes utilizar el punto medio y luego perpendicular o directamente con (F4:Perpendicular Bisector)
3. ¿Cómo se llama el punto de intersección? ¿Qué nos permite trazar? ¿Qué conclusión podemos obtener?
4. Desplaza los vértices y observa el circuncentro, ¿qué concluyes?
5. Traza la circunferencia circunscrita al triángulo

6. Oculta las mediatrices



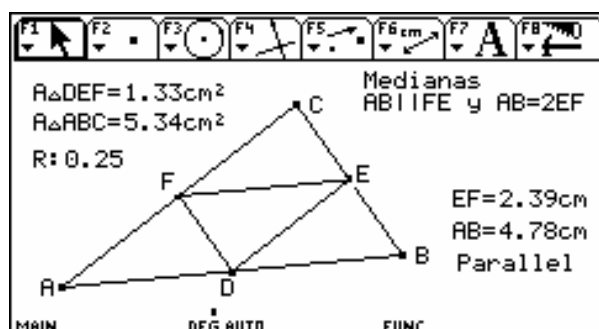
Actividad 17

1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres segmentos para los lados).
2. Trazar las transversales de gravedad
3. Marcar los segmentos AG y GE (G=Centro de gravedad, E=Punto medio del lado a)
4. Medir los segmentos AG, GE y AE
5. Desplaza los vértices, ¿qué observas en la medida de estos segmento?
6. Realízalo con las otras dos transversales. ¿Qué puedes concluir?



Actividad 18

1. Dibujar un triángulo ABC (utiliza tres segmentos para los lados).
2. Trazar las medianas
3. Medir una mediana y el lado opuesto a ella.
4. Desplaza los vértices, ¿qué observas ente estas dos medidas?
5. Realízalo con las otras medianas y sus lados opuestos. ¿Qué puedes concluir?
6. Comprueba si las medianas son paralelas a los lados opuestos. (F6 8:Check Property 2:Parallel)
7. Con (F3 3:Triangle) marcar los 4 triángulos pequeños y el original.
8. Calcular las áreas y compáralas.



## Problema

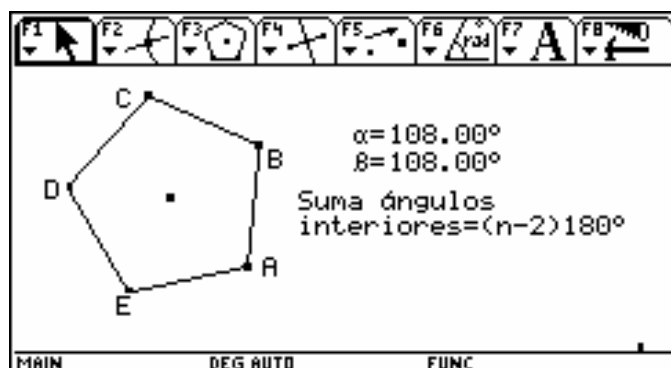
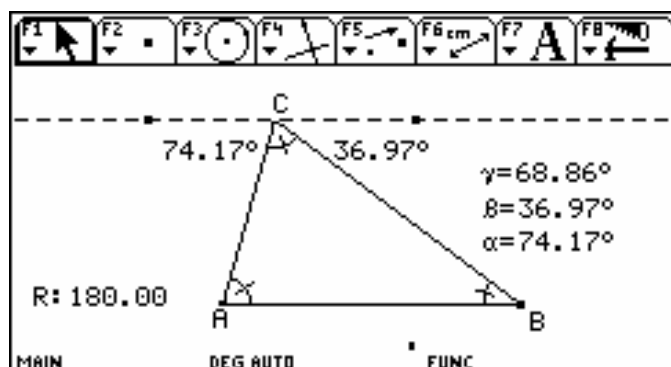
Tres pueblos desean construir un pozo para abastecer de agua las tres ciudades. Cada alcalde desea que las conducciones de agua hasta su pueblo no sean más largas que las de cualquiera de sus vecinos, por ello han decidido perforar en un lugar que se encuentre exactamente a la misma distancia de los tres. ¿Cuál sería la ubicación?

## Problema

Tres pueblos están unidos entre sí por carreteras rectas. Una empresa desea construir un hipermercado que esté situado entre los pueblos y después construirá vías desde el centro comercial hasta cada una de las carreteras, con la condición de que estas tres conexiones sean lo más corta posible y tengan la misma longitud. ¿Dónde debería construirse el hipermercado?

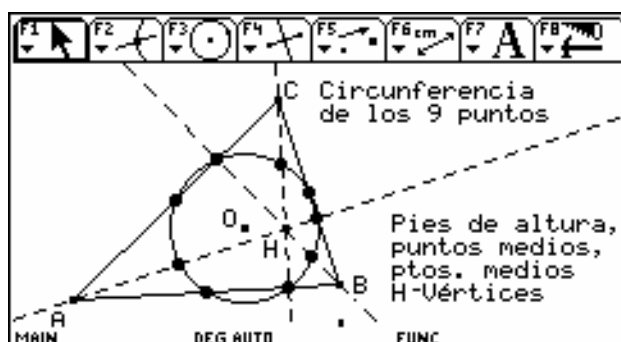
## Actividad 19

1. Construir un triángulo ABC
2. Trazar por el vértice una paralela al lado opuesto
3. Medir los ángulos interiores y comprobar el siguiente teorema: “La suma de las regiones angulares internas de un triángulo es  $180^\circ$ ”. ¿En que relaciones te apoyarías?
4. Comprueba para la suma de las regiones angulares exteriores.
5. Construye algunos polígonos regulares (F3 5:Regular Polygon) y determina la suma de sus regiones angulares internas. ¿Puedes concluir con una fórmula en función de sus lados?



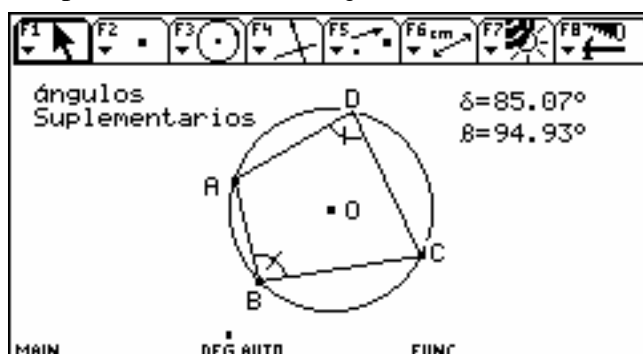
## Actividad 20

1. Construir un triángulo ABC
  2. Trazar sus alturas, los puntos medios de cada lado y los puntos medios de los segmentos entre el ortocentro y el pie de la altura.
  3. Trazar una circunferencia que pase por estos nueve puntos. ¿Cómo puedes obtener el centro?
- Nota: Este problema se conoce como: La circunferencia de los nueve puntos de Euler.



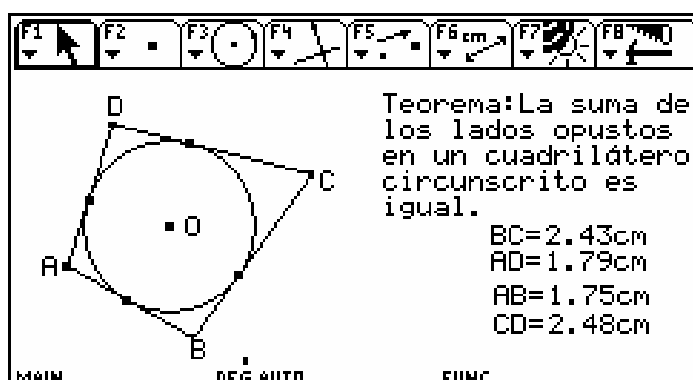
## Actividad 21

1. Construir una circunferencia
2. Marcar cuatro puntos sobre ella
3. Unir los puntos mediante segmento obteniendo un cuadrilátero inscrito a la circunferencia.
4. Medir las regiones angulares internas del cuadrilátero. ¿Qué puedes concluir?
5. Desplaza los vértices del cuadrilátero por la circunferencia. ¿Qué observas?



## Actividad 22

1. Trazar una circunferencia inscrita a una cuadrilátero. Trabajar con la idea de recta tangente a la circunferencia.
2. Mide los lados del cuadrilátero y compáralos. ¿Qué puedes concluir?
3. Desplaza los vértices del cuadrilátero y observa lo que sucede.

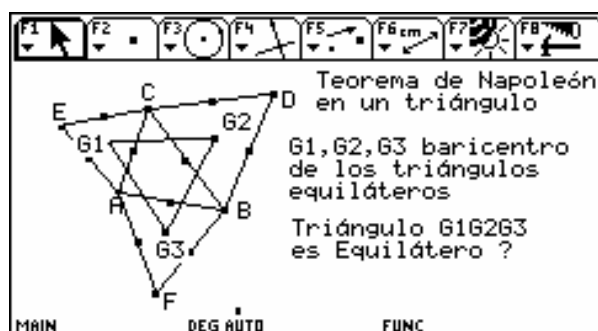
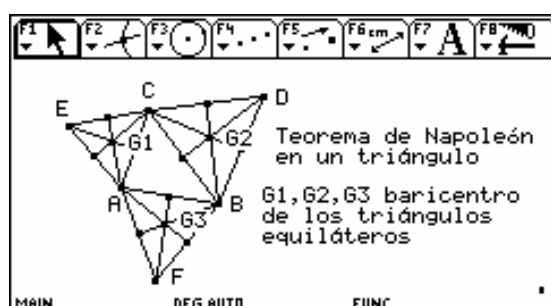
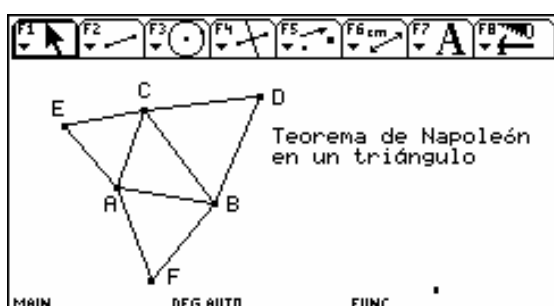


Nota. Comprueba las siguientes relaciones:

- El ángulo inscrito en una circunferencia es igual a la mitad del ángulo del centro.
- El ángulo inscrito en una semicircunferencia mide  $90^\circ$ .
- Todos los ángulo inscrito en una circunferencia que subtenden un mismo arco son iguales.

### Actividad 23

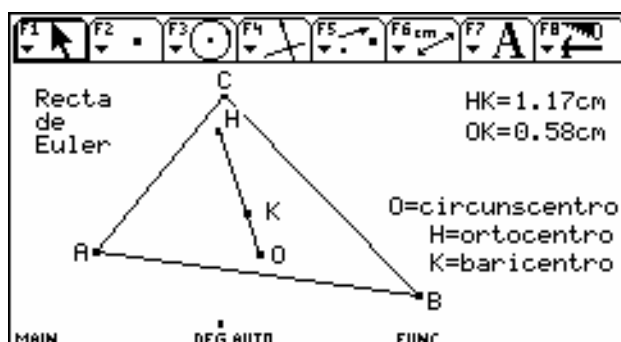
- Dibujar un triángulo ABC cualquiera
- Construir triángulos equiláteros apoyados en cada lado del triángulo original.
- Trazar las transversales de gravedad de estos tres triángulos equiláteros
- Determinar los centro de gravedad
- Ocultar las transversales
- Formar el triángulo determinado por estos tres centros. ¿Qué tipo de triángulo resulta?
- Desplaza los vértices del triángulo ABC. ¿Se mantiene el triángulo?



### Actividad 24

- Construir un triángulo ABC
- Obtener el ortocentro, el baricentro y circunscentro
- ¿Estos tres puntos están alineados? Chequear
- Unir estos puntos mediante segmentos
- Medir dichos segmentos. ¿Qué relación puedes concluir?
- Trazar una recta que pase por esos tres puntos

Nota. Esta recta se conoce como la "Recta de Euler"



## Actividad 25

1. Construir un triángulo ABC cualquiera
2. Construir cuadrados apoyados en los lados del triángulo
3. Calcular las áreas de estas regiones cuadradas
4. Medir en ángulo  $\gamma = \angle ACB$
5. Desplazar los vértices del triángulo.
6. Observa que sucede con las áreas de las regiones cuadradas cuando el ángulo  $\gamma$  mide  $90^\circ$
7. ¿Qué puedes concluir? ¿Qué teorema es?

