

Stage statistique TI graphiques (82, 83, 84)

Simulation et fluctuation d'échantillonnage

Il reste au professeur à exploiter et enrichir les situations proposées. Le travail en classe pourra être facilité par l'utilisation d'une tablette de projection pour la calculatrice ou mieux encore l'utilisation de l'émulateur logiciel de la calculatrice.

Le travail se partage en deux temps : la partie **A** est consacrée à la simulation, la partie **B** à la fluctuation d'échantillonnage.

A. Simulation d'une expérience aléatoire

Une urne contient 12 boules blanches et 8 boules noires.

On se propose de simuler le tirage d'une boule de l'urne. La fonction random des logiciels ou calculatrices (**rand()** ou **NbrAléat**) fournit des nombres pseudo-aléatoires. Le générateur aléatoire de la machine donne un nombre décimal x dans l'intervalle $[0 ; 1[$.

La proportion de boules blanches dans l'urne est de $\frac{12}{20}$ soit 0,6.

On peut proposer la simulation suivante :

Si $x < 0,6$ alors la boule est blanche, sinon elle est rouge.

1. Simuler l'expérience

MATH **▶** **▶** **1** **STO▶** **X,T,Θ,n** **ENTER** **X,T,Θ,n** **2nd** **MATH** **5** **0** **.** **6** **ENTER**.

```

X<0.6 .9770842465
                                0
NbrAléat→X
X<0.6 .2783088265
                                1
  
```

Remarque : Il est possible d'utiliser des simulations différentes, notamment en utilisant une fonction générant un entier aléatoire : fonction **EntAlea**.

On génère un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 20 (inclus).

La simulation pourrait alors être si $x \leq 12$ alors la boule est rouge.

2. Réaliser un échantillon de taille 100

Obtenir cet échantillon revient à effectuer le tirage précédent 100 fois de suite en remplaçant la boule obtenue dans l'urne après chaque tirage.

En utilisant un programme :

- Éditer un nouveau programme : **PRGM** **▶** **▶** **ENTER** ;
- Choisir son nom et valider ;
- Saisir le programme suivant :

```

suite(NbrAléat,X,1,100)→L
Ø→B
For (I,1,100)
If L (I)<0.6
B+1→B
End
Disp B,"SUR 100"
  
```

- Exécuter : **PRGM** , puis choix dans la liste.

```

                                Fait
                                48
SUR 100
                                Fait
                                65
SUR 100
                                Fait
  
```

3. Distribution des fréquences

Calcul des fréquences d'apparition des boules blanches et noires pour l'échantillon réalisé.

Modifier le programme :

Remplacer Disp B,"SUR 100" par :

Disp "FREQ BLANC =",B/100

Disp "FREQ NOIR =", (100-B)/100

```

PrgmSIM1
FREQ BLANC      .62
FREQ NOIR       .38
Fait

```

B. Fluctuation d'échantillonnage

Cette activité se place dans le cadre du programme de seconde.

D'après le contenu de l'urne la probabilité de tirer une boule blanche est $\frac{3}{5}$.

Notre simulation, avec des échantillons de taille 100, est-elle convenable ?

Pour notre problème, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est $[0,5 ; 0,7]^1$ et on analysera successivement N échantillons de taille 100, $N \in \{ 20, 50, 100, 1000 \}$.

Modifier le programme :

```

EffEcr
Input "NOMBRE DE SIMULATIONS",N
Ø→K
EffListe L
:
For(J,1,N)
suite(NbrAléat,X,1,100)→L
Ø→B
For(I,1,100)
If L(I)<Ø.6
B+1→B
End
If B/100≥Ø.5 et B/100≤Ø.7
K+1→K
End
:
Disp K/N*100,"POUR CENT"
Disp "DANS [Ø.5,Ø.7]"
:
If K/N*100<95
Then
Disp "FLUCT.IMPORTANTE"
Else
Disp "FLUCT.NORMALE"
End

```

Écrans obtenus :

Pour 20 échantillons :

```

NOMBRE DE SIMULA
20
95
POUR CENT
DANS [Ø.5,Ø.7]
FLUCT.NORMALE
Fait

```

Pour 50 échantillons :

Il est à noter le temps d'exécution important sur les calculatrices graphiques dès 50 simulations.

```

NOMBRE DE SIMULA
50
100
POUR CENT
DANS [Ø.5,Ø.7]
FLUCT.NORMALE
Fait

```

Le programme peut-être complété par l'affichage d'un nuage de points illustrant les résultats.

¹ Intervalle de centre 0,6 : $\left[0,6 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0,6 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right]$.