

SIMULATION ET FLUCTUATION D'ÉCHANTILLONNAGE

Auteur : Marie-Laurence Brivezac

TI-8x – TI-Nspire™

Mots-clés : simulation, aléatoire, fonction random, fréquence, échantillon, fluctuation.

Fichiers associés : SIM1.8xp, SIM2.8xp, simul.tns

1. Objectifs

Prendre en main les outils de simulation et d'échantillonnage conjointement sur les graphiques TI et la TI-Nspire, dans une même classe.

2. Commentaires

Il reste au professeur à exploiter et enrichir les situations proposées. Le travail en classe pourra être facilité par l'utilisation d'une tablette de projection pour la calculatrice ou mieux encore l'utilisation de l'émulateur logiciel de la calculatrice.

Le travail se partage en deux temps : la partie **A** est consacrée à la simulation, la partie **B** à la fluctuation d'échantillonnage.

Cette fiche résume les fiches St6n_FluctuationEchantillon.pdf (écrite pour utilisation avec TI-Nspire) et Simulation_FluctuationEchantillonnage.pdf (pour utilisation avec graphiques TI).

3. Conduite de l'activité

A. Simulation d'une expérience aléatoire

Une urne contient 12 boules blanches et 8 boules noires.

On se propose de simuler le tirage d'une boule de l'urne. La fonction random des logiciels ou calculatrices (**rand()** ou **NbrAléat**) fournit des nombres pseudo-aléatoires. Le générateur aléatoire de la machine donne un nombre décimal x dans l'intervalle $[0 ; 1[$.

La proportion de boules blanches dans l'urne est de $\frac{12}{20}$ soit 0,6.

On peut proposer la simulation suivante :

Si $x < 0,6$ alors la boule est blanche, sinon elle est rouge.

1. Simuler l'expérience

TI-Nspire CAS

Ouvrir une page de calcul et utiliser la fonction **rand()**.

$x < 0.6$	true
$x := \text{rand}()$	0.398363851597
$x < 0.6$	true
$x := \text{rand}()$	0.117032235984
$x := \text{rand}()$	0.85309484618
$x < 0.6$	false
55/99	

TI-84

MATH ▸ ▸ ▸ 1 STO▸ X,T,Θ,n ENTER
X,T,Θ,n 2nd MATH 5 0 . 6 ENTER.

$X < 0.6$.9770842465
NbrAléat→X	0
$X < 0.6$.2783088265
	1

Remarque : Il est possible d'utiliser des simulations différentes, notamment en utilisant une fonction générant un entier aléatoire : sur TI-NSpire, fonction **RandInt** et sur TI84, fonction **EntAlea**.
On génère un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 20 (inclus).
La simulation pourrait alors être si $x \leq 12$ alors la boule est rouge.

2. Réaliser un échantillon de taille 100

Obtenir cet échantillon revient à effectuer le tirage précédent 100 fois de suite en remplaçant la boule obtenue dans l'urne après chaque tirage.

TI-Nspire CAS

En utilisant les listes, ouvrir une page **Tableurs & listes** et utiliser la fonction **rand** dans une fonction de test **IfFn**.

A	échantillon	B	C	D
•	=ifn(rand(100)			
1		0 blanc		
2		1	57 sur 100	
3		1		
4		0		
5		0		
6		0		
A	échantillon:	=ifn(rand(100)<0.6,1,0)		

Générer l'échantillon en colonne A (zone grisée) :

- rand(100) donne 100 décimaux aléatoires ;
- IfFn(rand(100)<0.6,1,0) teste le nombre obtenu et donne 1 pour blanc et 0 pour noir selon la simulation.

Compter les blancs en B2 : sum(échantillon).

TI-84

En utilisant un programme :

- Éditer un nouveau programme :
[PRGM] [▶] [▶] [ENTER] ;
- Choisir son nom et valider ;
- Saisir le programme suivant :
suite(NbrAléat,X,1,100)→L
0→B
For(I,1,100)
If L(I)<0.6
B+1→B
End
Disp B,"SUR 100"

Exécuter : [PRGM] , puis choix dans la liste.

```

Fait
48
SUR 100
Fait
65
SUR 100
Fait

```

3. Distribution des fréquences

Calcul des fréquences d'apparition des boules blanches et noires pour l'échantillon réalisé.

TI-Nspire CAS

Afficher les fréquences en colonne C

- Saisir en colonne B du texte, par exemple, en B1 : "blanc" ;
- Saisir en colonne C les formules donnant les fréquences respectives.

A	échan...	B	C	D
•	=ifn(rand(
1		0 blanc	0.63	
2		0 noir	0.37	
3		1 total	1.	
4		1		
5		1		
CI	=sum(échantillon) 100.			

TI-84

Modifier le programme :

Remplacer Disp B,"SUR 100" par
Disp "FREQ BLANC =",B/100
Disp "FREQ NOIR =",(100-B)/100

```

prgmSIM1
FREQ BLANC      .62
FREQ NOIR       .38
Fait

```

B. Fluctuation d'échantillonnage

Cette activité se place dans le cadre du programme de seconde.

D'après le contenu de l'urne la probabilité de tirer une boule blanche est $\frac{3}{5}$.

Notre simulation, avec des échantillons de taille 100, est-elle convenable ?

Pour notre problème, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est $[0,5 ; 0,7]$ ¹ et on analysera successivement N échantillons de taille 100, $N \in \{20, 50, 100, 1000\}$.

TI-Nspire CAS

Fonction de simulation : blanc(t) retourne la fréquence des tirages blancs d'un échantillon de taille t.

- Ouvrir une page de calculs et passer en éditeur de programmes :

menu **9** **1** **1** puis saisir le nom (blanc) ;

tab choisir le type (fonction) ▼

- Écrire la fonction :

Define blanc(t)=

Func

:C le paramètre t est la taille de simulation

:Local bl,i

:For i,1,t

:bl[i]:=ifFn(rand()<0.6,1,0)

:EndFor

:approx(sum(bl)/t)

:EndFunc

- Vérifier la syntaxe et enregistrer : **ctrl** **B**.
- Passer sur la page calcul pour tester la fonction

blanc(100)	0.73
blanc(100)	0.64
blanc(100)	0.56
blanc(100)	0.62
blanc(100)	0.59
blanc(100)	0.67
55/99	

La fluctuation d'échantillonnage s'observe déjà.

Nous nous proposons d'écrire le programme de fluctuation selon le même déroulement mais en choisissant le type « programme ».

Ce programme comporte deux arguments le nombre de simulations et la taille d'une simulation.

Il appelle la fonction « blanc ».

TI-84

Modifier le programme :

```

EffEcr
Input "NOMBRE DE SIMULATIONS",N
Ø→K
EffListe L
:
For(J,1,N)
suite(NbrAléat,X,1,100)→L
Ø→B
For(I,1,100)
If L(I)<0.6
B+1→B
End
If B/100≥0.5 et B/100≤0.7
K+1→K
End
:
Disp K/N*100,"POUR CENT"
Disp "DANS [0.5,0.7]"
:
If K/N*100<95
Then
Disp "FLUCT.IMPORTANTE"
Else
Disp "FLUCT.NORMALE"
End

```

Pour 20 échantillons :

```

NOMBRE DE SIMULA
20
95
POUR CENT
DANS [0.5,0.7]
FLUCT.NORMALE
Fait

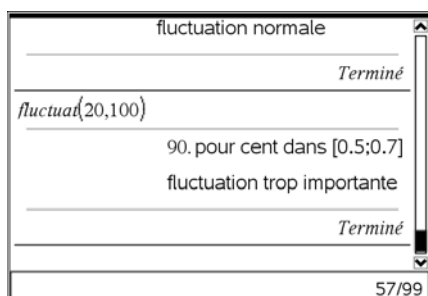
```

¹ Intervalle de centre 0,6 : $\left[0,6 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0,6 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right]$.

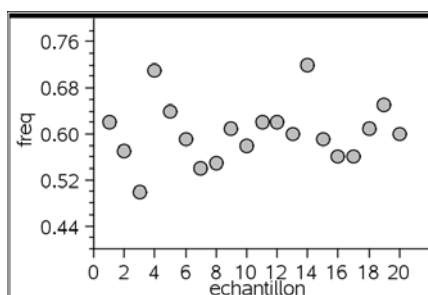
TI-Nspire

Il donne le pourcentage d'échantillons dans l'intervalle de confiance et il prépare la représentation des résultats par un nuage de points dans une page **Données & statistiques**, en créant deux listes : "echantillon" qu'on placera en abscisses et "freq", en ordonnées.

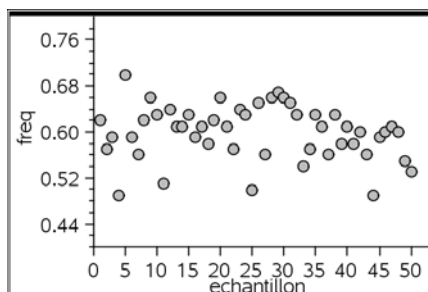
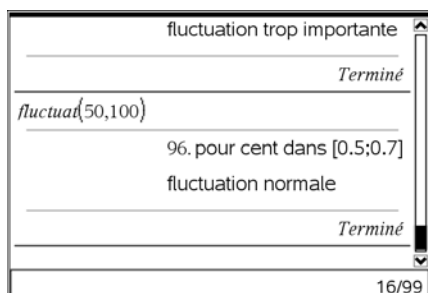
Exécution dans la page calcul :



Ouvrir une page **Données & statistiques** et afficher le nuage de points.



Pour 50 échantillons :



TI-84

Il est à noter le temps d'exécution important sur TI-84 dès 50 simulations.

```

NOMBRE DE SIMULA
50
100
POUR CENT
DANS [0.5,0.7]
FLUCT.NORMALE
Fait
  
```

Le programme peut-être complété par l'affichage, comme sur TI-Nspire, d'un nuage de points illustrant les résultats.

Programme TI-Nspire

Define fluctuat(n,t)=

Prgm

:©paramètre n: le nombre d'échantillons

:©paramètre t: taille de l'échantillon

:Local i,nbb,compteur

:echantillon:=newList(n)

:freq:=newList(t)

:compteur:=0

:For i,1,n

:echantillon[i]:=i

:nbb:=blanc(t)

:freq[i]:=round(nbb/t*100,2)

:If freq[i]≥0.5 and freq[i]<0.7 Then

:compteur:=compteur+1

:EndIf

:EndFor

:Disp round(compteur/n*100,2),"pourcents
dans [0.5;0.7]"

:If round(compteur/n*100,2)<95 Then

:Disp "fluctuation trop importante"

:Else

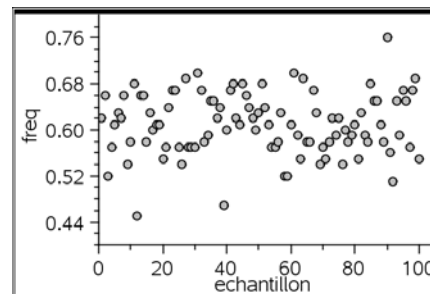
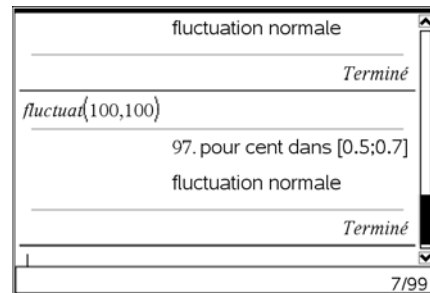
:Disp "fluctuation normale"

:EndIf

:EndPrgm

Autres écrans sur TI-Nspire

Pour 100 échantillons :



Pour 1 000 échantillons :

