

Exponentiell och annan utveckling -exempel med konsumentpriser

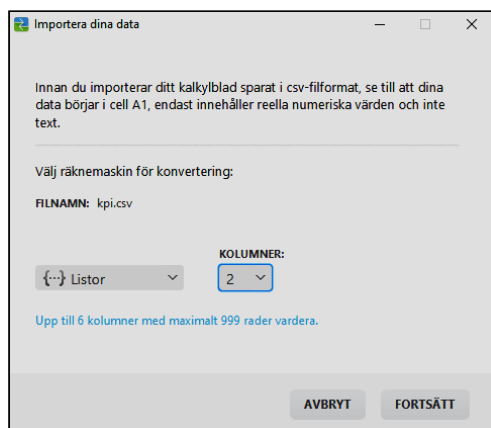
Konsumentprisindex (KPI) är det mest använda måttet för prisutveckling och används bl.a. som inflationsmått. KPI avser att visa hur konsumentpriserna i genomsnitt utvecklar sig för hela den privata inhemska konsumtionen, de priser konsumenterna faktiskt betalar.

Förberedelse

Vi ska nu titta närmare på hur konsumentpriserna har utvecklat sig under en längre tidsperiod. Vi har laddat ner våra data från Statistiska Centralbyrån (SCB) till en dator och sparat våra data i en Excel-fil. Vi har en kolumn för året och en för konsumentprisindex.

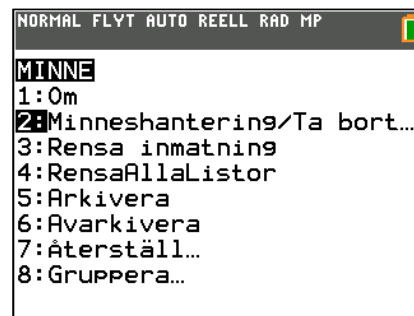
	A	B	C
1	1980	100	
2	1981	112.1	
3	1982	121.7	
4	1983	132.6	
5	1984	143.2	
6	1985	153.8	
7	1986	160.3	
8	1987	167	
9	1988	176.7	
10	1989	188.1	
11	1990	207.8	

Sedan har vi överfört data till räknaren via gratisprogrammet TI Connect. Data blir då sparade som två filer, en för året och en för indexet.

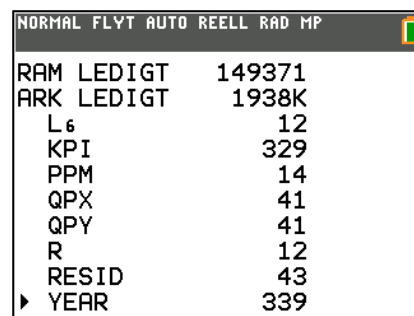


När detta är gjort har vi sedan kopierat över filerna (listorna) till datorn. Dessa filer ingår i denna aktivitet och ni kan sedan själva ladda ner dem till den egna räknaren.

Man kan sedan kontrollera att de finns på räknaren genom att trycka på **[2nd][MEM]**. Då får man en överblick över vad som finns i räknarens minne.

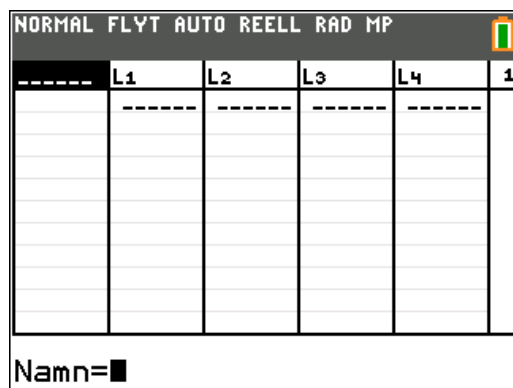


Välj alternativ 2 ovan och sedan alternativ 4 för att se alla listor.

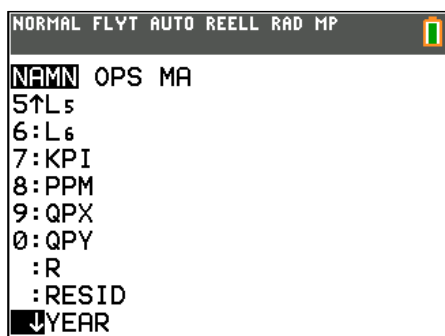


Vi döpte listorna till YEAR och KPI och man ser att de finns med i fillistan. Nu ska vi överföra dessa listor till räknarens editor för statistik.

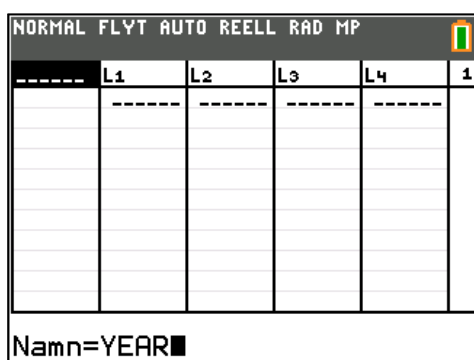
Tryck **[STAT]** och sedan 1:Regiera för att öppna editorn. Placera först markören i kolumnhuvudet i lista L1 och tryck på **[2nd][INS]** för att infoga en lista.



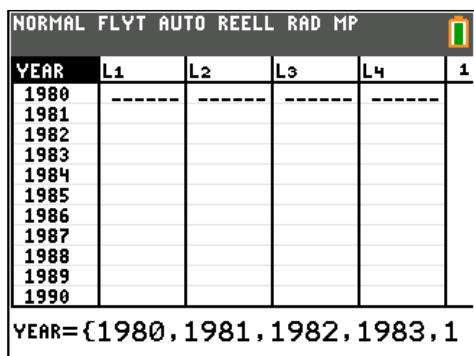
Tryck nu på **[2nd][LIST]** och välj den första listan, YEAR.



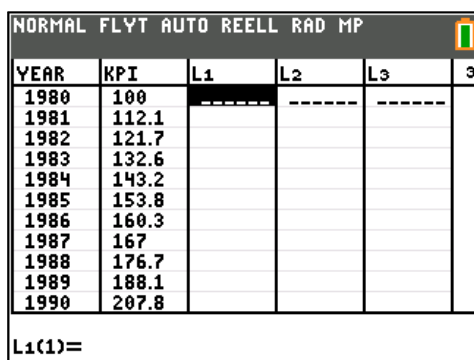
Tryck nu på **[ENTER]**. Då ser det ut så här på skärmen:



Tryck nu på **[ENTER]**. Listan inkopieras.



Gör likadant med den andra listan, KPI. När det är klart ser det ut så här och vi kan börja jobba.

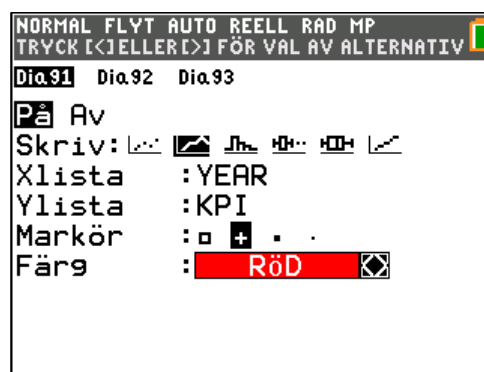


Om vi tittar på listorna så ser vi att index för år 1980 är 100 och 112,1 för år 1981. Det betyder att priserna steg med 12,1 %. Går vi längre ner i list Går vi längre ner i listorna ser vi att år 1990 var index 207,8. Det betyder att något som kostade 100 kr år 1980 kostade 207,80 kr år 1990. Priset steg alltså med 107,80 kr eller 107,8 %.

Börja plotta diagram

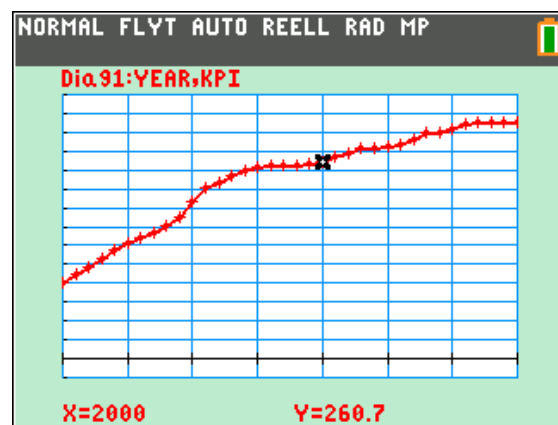
För att få en bra överblick över prisökningarna börjar vi med att rita ett diagram.

Inställningarna för diagram når du genom att trycka på **[2nd][STAT PLOT]**. Där kan man göra inställningar för plottning av 3 olika diagram. Välj Diagram 1 och ställ in enligt nedan.



Vi ska alltså plotta ett linjediagram. För att ställa in vilka listor som ska vara X-lista resp. Y-lista så trycker du på **[2nd][LIST]** och väljer lista. Sedan väljer man markering för datapunkter och till sista färg.

Till sist ska man se till att man får ett bra fönster för sitt diagram. Under Window har vi ställt in Xmin=1980, Xmax=2015, Ymin -25 och Ymax =350. Dags att plotta.



Hur skulle du kort beskriva prisutvecklingen under dessa 25 år?

Vi har här sparat i diagrammet och ser att index för år 2000 är 260,7. På 10 år har alltså priset stigit med $(260,7-100) \% = 160,7 \%$.

Börja med beräkningar

När vi nu ska göra olika slags beräkningar på data så kan det vara lämpligt att välja ett start år 0 i beräkningarna. För att få en lista för YEAR som börjar från 0 så gör man så här:

Placera markören i kolumn L1, tryck på **[ENTER]** och skriv sedan på inmatningsraden enligt nedan. Du väljer listan L1 genom att trycka på **[2nd][LIST]** och väljer sedan rätt lista.

YEAR	KPI	L1	L2	L3	3
1980	100	-----	-----	-----	
1981	112.1				
1982	121.7				
1983	132.6				
1984	143.2				
1985	153.8				
1986	160.3				
1987	167				
1988	176.7				
1989	188.1				
1990	207.8				

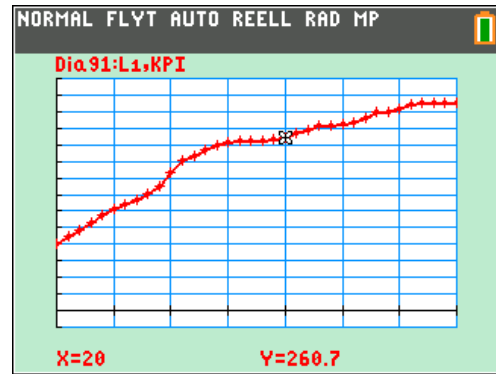
L1= LYEAR-1980

Tryck nu på **[ENTER]** igen. Du får nu en ny lista med startvärdet 0.

YEAR	KPI	L1	L2	L3	3
1980	100	0	-----	-----	
1981	112.1	1			
1982	121.7	2			
1983	132.6	3			
1984	143.2	4			
1985	153.8	5			
1986	160.3	6			
1987	167	7			
1988	176.7	8			
1989	188.1	9			
1990	207.8	10			

L1(1)=0

Vi kan nu plotta om diagrammet på förra sidan med L1 som X-lista. Tänk på att ställa om minsta och största värde för X. Skriv in fönsterinställningarna Xmin=0, Xmax=35.



Först ska vi göra några enkla beräkningar på *enstaka* värden där indexlistan är användbar:

En hamburgermeny kostade 12 kr 1980. Vad skulle den kosta 2015 om priset följt indexutvecklingen?

Index 1980 = 100 Index 2015 = 313,3

Förändringsfaktorn är då $\frac{313,35}{100}$

Priset 2015 blir då $15 \cdot \frac{313,35}{100} \approx 47$ kr

Om menyn 2015 kostar 55 kr vad borde den då ha kostat 1980?

Nu får vi räkna åt andra hållet. Beräkningen blir

Ett exempel till:

En meny kostade 38 kr år 2000. Vad skulle den kosta år 2015 om priset hade följt indexutvecklingen för KPI?

Index för 2000 är 260,7 och index för 2015 är 313,35. Detta ger beräkningen:

$38 \cdot \frac{313,35}{260,7} \approx 45,70$ kr

Sådana här beräkningar kan vi nu göra för alla år, inte bara för ett år. I exemplet med menyn som kostade 15 kr 1980 blir formeln på inmatningsraden i L2: L2=15·KPI/100.

YEAR	KPI	L1	L2	L3	4
2005	280.4	25	42.06		
2006	284.22	26	42.633		
2007	290.51	27	43.577		
2008	300.61	28	45.092		
2009	299.66	29	44.949		
2010	303.46	30	45.519		
2011	311.43	31	46.715		
2012	314.2	32	47.13		
2013	314.06	33	47.109		
2014	313.49	34	47.024		
2015	313.35	35	47.003		

L2(36)= 47.0025

Fortsatta beräkningar

Vi tänker oss nu en standardvara som kostade 100 kr år 1980 och nu vill vi veta vad hur mycket priset förändrades räknat i procent. Den relativa förändringen alltså.

Vi tar ett exempel på ett enstaka värde:
År 2000 var index 260,7 och år 2001 267,1.
Förändringsfaktorn var alltså

$$\frac{267,1}{260,7} \approx 1,025$$

Priset ökade med $(1,025 - 1) \cdot 100 = 2,5\%$

Nu ska vi göra detta så att vi ser den procentuella förändringen år för år.

Börja med att kopiera listan KPI till den tomma listan L2. Placera då markören i kolumnhuvudet i L2, tryck på $\text{2nd}[LIST]$ för att välja lista och välj sedan $\text{L}KPI$ och tryck på $[ENTER]$.

NORMAL FLYT AUTO REELL RAD MP					
YEAR	KPI	L1	L2	L3	5
1980	100	0			
1981	112.1	1	100		
1982	121.7	2	121.7		
1983	132.6	3	132.6		
1984	143.2	4	143.2		
1985	153.8	5	153.8		
1986	160.3	6	160.3		
1987	167	7	167		
1988	176.7	8	176.7		
1989	188.1	9	188.1		
1990	207.8	10	207.8		

$L3(1) =$

Ta nu bort 100 i lista L2 genom att placera markören där och trycka på $[DEL]$. Gör likadant med sista raden (313,35) i listan KPI. Listorna måste ju vara lika långa om vi ska kunna göra beräkningar.

Gå till kolumnhuvudet i L3 och skriv nu där på inmatningsraden enligt nedan:

NORMAL FLYT AUTO REELL RAD MP					
YEAR	KPI	L1	L2	L3	5
1980	100	0	112.1		
1981	112.1	1	121.7		
1982	121.7	2	132.6		
1983	132.6	3	143.2		
1984	143.2	4	153.8		
1985	153.8	5	160.3		
1986	160.3	6	167		
1987	167	7	176.7		
1988	176.7	8	188.1		
1989	188.1	9	207.8		
1990	207.8	10	227.2		

$L3 = (L2 / LKPI - 1) * 100$

Tryck nu på $[ENTER]$. Nu får vi de procentuella ändringarna år för år.

NORMAL FLYT AUTO REELL RAD MP					
YEAR	KPI	L1	L2	L3	5
1980	100	0	112.1	12.1	
1981	112.1	1	121.7	8.5638	
1982	121.7	2	132.6	8.9565	
1983	132.6	3	143.2	7.994	
1984	143.2	4	153.8	7.4022	
1985	153.8	5	160.3	4.2263	
1986	160.3	6	167	4.1797	
1987	167	7	176.7	5.8084	
1988	176.7	8	188.1	6.4516	
1989	188.1	9	207.8	10.473	
1990	207.8	10	227.2	9.3359	

$L3(1) = 12.1$

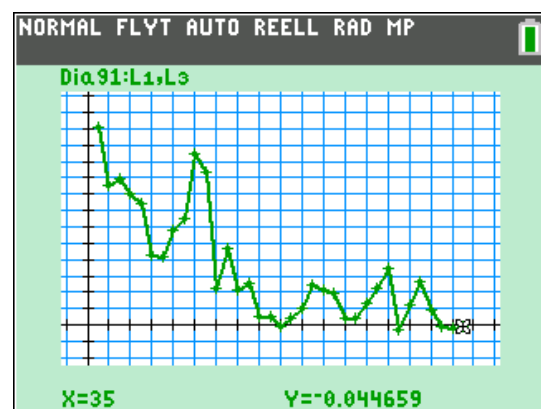
Nu får vi den procentuella förändringen beräknad år från år från 1981 och framåt. För att göra listorna för årtal och år korrekta så tar vi bort första raden i listorna YEAR och L1.

Då ser skärmen ut så här:

NORMAL FLYT AUTO REELL RAD MP					
YEAR	KPI	L1	L2	L3	1
1981	100	1	112.1	12.1	
1982	112.1	2	121.7	8.5638	
1983	121.7	3	132.6	8.9565	
1984	132.6	4	143.2	7.994	
1985	143.2	5	153.8	7.4022	
1986	153.8	6	160.3	4.2263	
1987	160.3	7	167	4.1797	
1988	167	8	176.7	5.8084	
1989	176.7	9	188.1	6.4516	
1990	188.1	10	207.8	10.473	
1991	207.8	11	227.2	9.3359	

$YEAR(1) = 1981$

Nu kan vi plotta den procentuella förändringen (jämfört med föregående år). Våra listor är då L1 som X-lista och L3 som Y-lista. Med en bra inställning av fönstervärden ser det ut så här:



Vi har ett största värde på ca 12 % och ett minsta värde på -0.045 %. En negativ prisutveckling alltså mellan 2014 och 2015.

I de exempel och uppgifter som finns i läroböckerna så är oftast mer idealiserade data och den procentuella förändringen för varje år är konstant.

Man kan fråga sig vilken procentuell förändring man ska ha varje år för att KPI ska stiga från 100 till 313,35 på 35 år. Sådana beräkningar studerar man närmare i kurs 2 och man använder ett begrepp som heter logaritmer.

Utän att gå in på detta så kan man beräkna att en sådan förändring kan uttryckas med *exponentialfunktionen*

$$y = 100 \cdot 1,0332^x$$

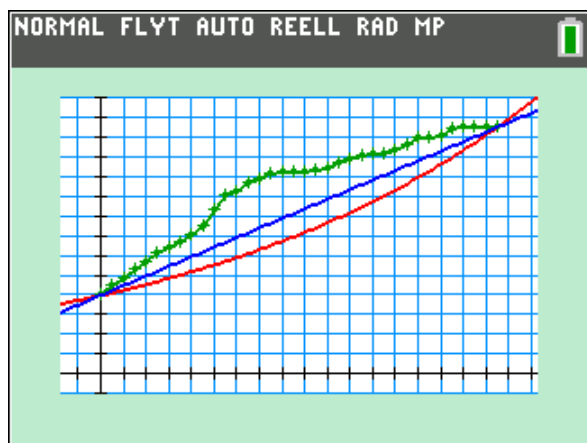
Där y är indexet och x är antalet år efter 1980.

Om vi antar att förändringen istället är *linjär* kan vi skriva den som

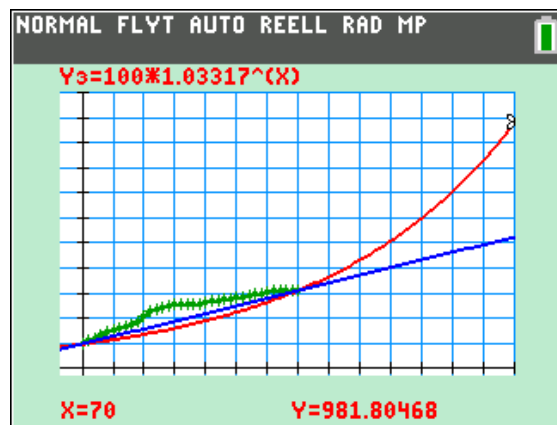
$$y = 100 + \frac{213,35}{35} \cdot x$$

eftersom indexet stiger från 100 till 313,35 (förändringen =213,35) och genom att dividera med 35 får vi den årliga förändringen. Den årliga förändringen skulle då bli ca 6,1.

Vi plottar dessa funktioner samtidigt som vi har plottningen av data. Man ser att alla tre plottningarna startar och slutar i samma punkt.



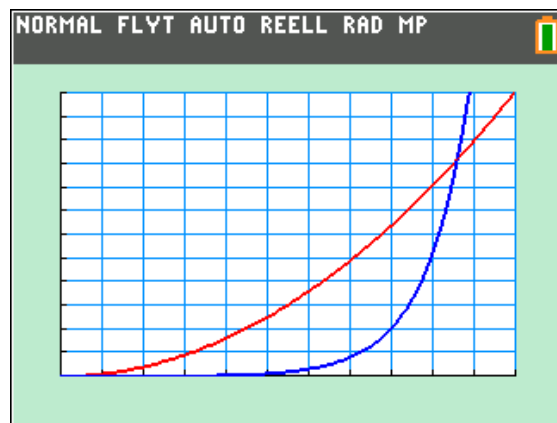
Om man drar ut x-axeln 35 år (fram till år 2050) till ser det ut så här:



Vi ser att den blå *linjära* förändringskurvan fram till år 2015 ligger under den röda *exponentialkurvan* men sedan drar den röda iväg och växer snabbt ifrån den blå. På lång sikt växer exponentialfunktioner ifrån alla linjära och kvadratiska funktioner. Ibland kan exponentiella modeller växa obehagligt snabbt.

Ta t. ex den kvadratiska funktionen $y = x^2$. Den växer snabbt. När $x = 10$ är $y = 100$. Ta nu den beskedliga exponentialfunktionen $y = 1.1^x$. När $x = 10$ är y bara ca 2.6. När hinner den ikapp?

Vi plottar båda funktionerna



Plotta nu funktionerna i ett lämpligt koordinatsystem och beräkna grafiskt när funktionerna har samma värde.

Ett annat exempel: atmosfärens halt av koldioxid (i ppm) växer idag med ungefär 0,5 % varje år. Idag är halten ca 400 ppm. Hur lång tid skulle det ta att få en fördubbling?