

Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: Apretar, no batir

En "Democracia" Charlie trata de convencer al experto en estadísticas de béisbol Oswald Kitner (quien apareció originalmente en el episodio "Béisbol") de que se una al programa académico CalSci, planteándole el siguiente problema:

Suponga que hay cinco parejas en una fiesta. Las personas se dan la mano, pero nadie se la da a la persona con quien vino. En un momento determinado, un hombre le pregunta a las otras nueve personas cuántos apretones de mano ha dado y recibe nueve respuestas diferentes. ¿Cuántos apretones de mano dio el hombre?

Para desarrollar una estrategia, empieza con un problema más fácil. Supón que hay sólo dos parejas, o sea, dos personas con su "pareja".

1. Si nadie se da la mano con su pareja, ni consigo mismo; ¿cuál es el número máximo de manos que una persona puede apretar?
2. Si una persona, llámala el "anfitrión", les pregunta a las otras tres cuántas manos apretaron y recibe tres respuestas diferentes, ¿qué números deben ser?
3. Usa esta información para resolver el problema para dos parejas.
4. Amplía el problema a tres parejas. Esto quiere decir que ahora hay cinco personas aparte del anfitrión. Recuerda que nadie se da la mano a sí mismo ni a su pareja. Cada persona dice haberle dado la mano a un número de personas distinto. El primer paso para resolver el problema de tres parejas es determinar el número total de apretones de mano que se dan.
5. Representa a cada persona de la fiesta con un punto (llamado *vértice*) y nombra los puntos con el número de manos que esa persona apretó (usa una *H* para el anfitrión). Dibuja un segmento de recta (llamado una *arista*) para conectar un par de vértices si esas dos personas se dieron la mano. A esta representación se le llama una *gráfica*, aunque es diferente de una gráfica de una ecuación o de datos estadísticos. Usa el proceso de resolver el problema de las dos parejas, la información recibida del problema de las tres parejas y esta gráfica para resolver el problema de las tres parejas. Explica tu razonamiento, paso a paso.
6. Con un razonamiento similar, resuelve el problema que Charlie le presentó a Oswald Kitner.
7. Generaliza la solución para n parejas o $2n$ personas.

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Introducción

Muchos estudiantes pueden estar familiarizados con el problema de conteo llamado "el problema de los apretones de mano", usualmente propuesto como: "Si hay n personas en una habitación y todos se dan las manos entre sí, ¿cuántos apretones de manos se producirán en total?" Hay diferentes formas de analizar este problema.

Para el maestro

La expresión general para el número de apretones de mano en el problema clásico de apretones de mano es: $\frac{n(n-1)}{2}$. Si hay tiempo y oportunidad, una actividad excelente sería explorar cómo se obtiene este resultado. Una forma de analizar el problema sería suponer que cada persona da la mano a cuantas personas pueda. La persona 1 puede dar $n - 1$ manos; la persona 2 sólo puede dar $n - 2$ (ya le dio la mano a la persona número 1), la persona 3 da $n - 3$, etc. El número total de apretones de mano es $(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 + 0$. La última persona es 0 porque ya todos le dieron la mano antes. Para los estudiantes familiarizados con series aritméticas, la suma es $\frac{n}{2}(n - 1) = \frac{n(n-1)}{2}$.

Para los estudiantes menos experimentados, considere que cada una de las n personas aprieta $n - 1$ manos, para un total de $n(n - 1)$. Sin embargo, esta expresión cuenta cada apretón dos veces, pues cuando alguien le da la mano a otra persona, la otra persona también se la está dando. Por tanto, la respuesta final es $\frac{n(n-1)}{2}$.

Una tercera forma (más combinatoria) es replantear el problema preguntando cuántos pares de apretones hay en un grupo de n personas. La respuesta es ${}_n C_2$ ó $\frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$.

Para el estudiante

Aquí hay unos problemas entretenidos que dan qué pensar, basados en el problema de los apretones de mano:

1. Si todos en tu clase se dan las manos entre sí, ¿cuántos apretones de mano se darán? ¿Cuánto tiempo tomará?
2. Da una respuesta razonable a la pregunta: "¿Cuánto tiempo les tomaría a todos en el mundo estrecharse las manos?" Explica todas las premisas que hagas.
3. ¿De cuántas maneras pueden darse las manos dos personas si cada persona puede usar las dos manos e incluso ambas?
4. Responde la pregunta 3 para seres que tengan 3 manos, 4 manos o h manos.

El acto de darse las manos tiene una historia larga y colorida. Varias de sus formas se asocian con diversas culturas, países, grupos sociales y sociedades secretas. Intercambia conocimientos e investiga todas las formas posibles de darse la mano. Inventa problemas similares a los que aparecen arriba, que usan una variedad de formas y combinaciones de apretones de manos.