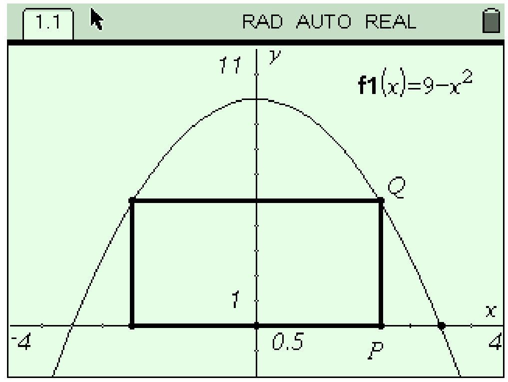
Laboration: Arean av en viss rektangel

En rektangel har två av sina hörn på kurvan $y = 9 - x^2$ och de övriga på x-axeln. Beroende på läget av hörnen kommer arean av rektangeln att vara olika. Undersök hur den varierar!

Öppna filen *rekt kurva.tns* där en inledande konstruktion är genomförd. Se bilden!



Några steg på vägen

- Bestäm koordinaterna för punkten Q.
- Beräkna arean av rektangeln mellan kurvan och x-axeln med hjälp av koordinaterna för punkten Q, (xk ; yk) t ex så här:
  - Använd textverktyget för att skriva in ett uttryck för rektangelns area.
  - Beräkna detta uttryck med hjälp av koordinaterna för Q genom att använda verktyget Calculate. Klicka på respektive koordinat vid anmodan.
  - Placera mätvärdet vid formeln i arbetsytan.
- Flytta punkten P och studera hur arean förändras.
- Överför mätvärdet för arean till y-axeln (Measurement transfer, klicka på värdet, sedan på y-axeln). Studera hur punkten på y-axeln flyttas då du flyttar P. Du måste justera fönsterinställningarna för y-axeln för att kunna se detta.
- För att kunna bestämma sambandet mellan arean och punkten P-s x-koordinat (ortskurvan) kan du göra så här:
  - Konstruera en linje vinkelrät mot y-axeln genom mätvärdet för arean.
  - Bestäm skärningspunkten, R, mellan denna linje och linjen genom punkterna P och Q.
  - Använd verktyget Locus. Klicka först på R sedan på punkten på x-axeln).
- För att bestämma funktionssambandet för ortskurvan skriver du in ett lämpligt uttryck som f2(x). Tänk på att punkten P-s y-koordinat kan uttryckas med hjälp av funktionen. Om du tänkt rätt ska din funktion f2(x) överlappa ortskurvan helt. Det explicita utseendet av f2(x) kan bestämmas i Calculator.
- Använd Trace för att undersöka den maximala arean och för vilket värde på x detta inträffar.

Extra

- Genomför den inledande konstruktionen, dvs den som du hämtar i filen *rekt kurva.tns*

Matematisk nivå

Kunskaper motsvarande grundskolans senare del (för duktiga elever) och från matematik kurs B.

För den avslutande delen, som beskrivs i läraranvisningen behövs matematik kurs C.

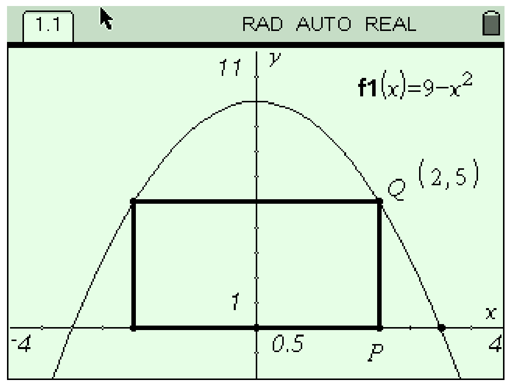
Teknisk nivå

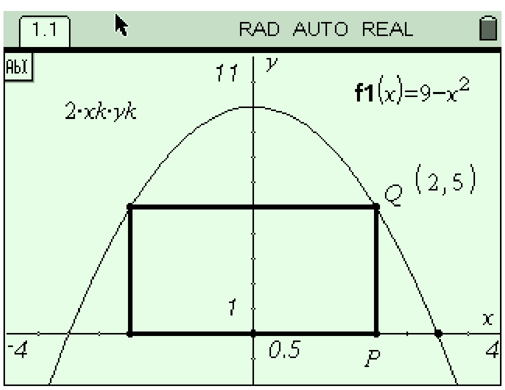
Någon tidigare erfarenhet av TI-Nspire är en fördel.

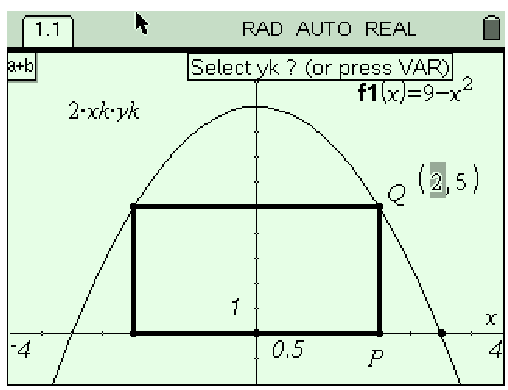
Läraranvisning:

<table>
<tr>
<td>
Bestäm koordinaterna för punkten Q (b , Actions, Coordinates and Equations).

Beräkna arean av rektangeln mellan kurvan och x-axeln med hjälp av koordinaterna för punkten Q genom att skriva in ett uttryck för rektangelns area (b , Actions, Text). Vänster bild nedan.

Beräkna värdet av uttrycket (b , Actions, Calculate. Klicka först på formeln, sedan på värdet som är xk och sedan på värdet för yk. Klicka i arbetsytan invid formeln för att placera värdet där. Höger bild nedan är tagen efter det att xk är vald).
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

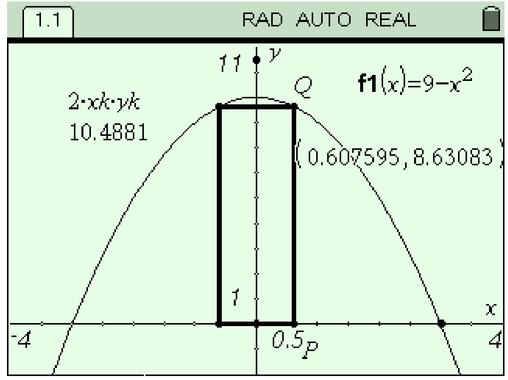
Frigör Calculate-verktyget (d) och flytta sedan punkten P för att se hur värdet på arean varierar.

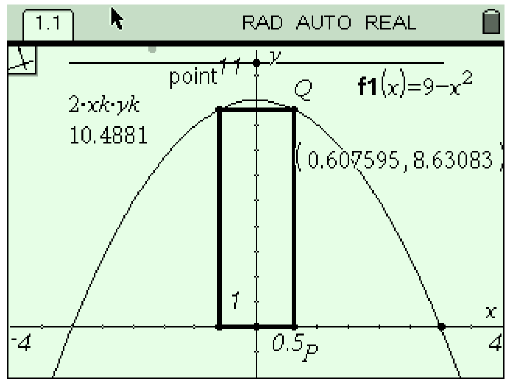
Överför mätvärdet för arean till y-axeln (b , Construction, Measurement Transfer. Klicka först på värdet, sedan på y-axeln). Se bild med punkt på y-axeln!

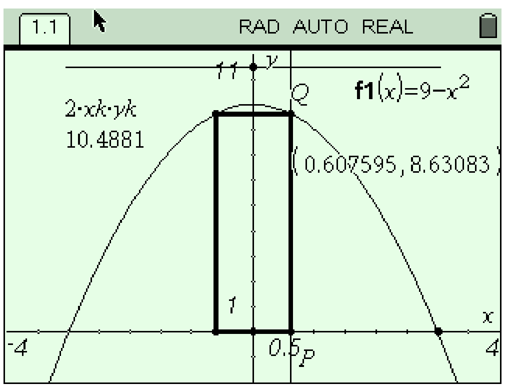
Överför detta mätvärde till linjen genom P och Q genom att konstruera en linje vinkelrät mot y-axeln (b , Construction, Perpendicular. Klicka först på y-axeln, sedan på punkten). Se bilden till höger!

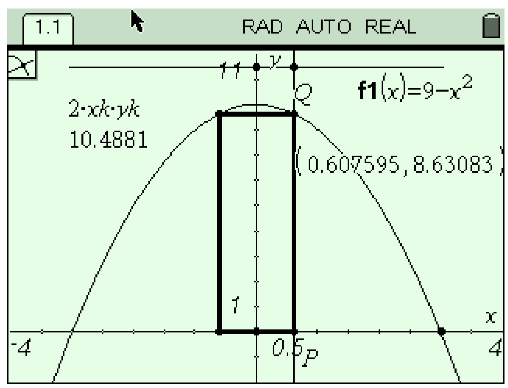
I konstruktionen finns linjen genom P och Q dold. För att bestämma skärnings-punkten mellan denna linje och den horisontella linjen måste linjen genom PQ visas. (b , Actions, Hide/Show. Klicka på den ”dimmade linjen” genom Poch Q och tryck sedan d). Vänster bild nedan!

Bestäm sedan skärningspunkten mellan denna linje och linjen genom PQ (b , Points and Lines, Intersection Point).





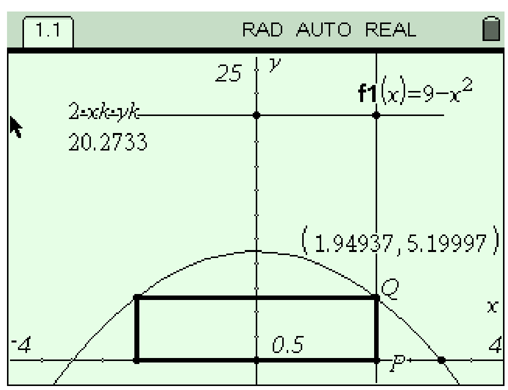




För att kunna följa variationerna i arean då punkten P flyttas, justeras fönster-inställningarna så att det maximala värdet för y blir 25 (b , Window, Window Settings).

Onödiga objekt döljs (b , Actions, Hide/Show. Klicka sedan på de objekt som du vill dölja).

Flytta P och försök finna ett största värde på arean.



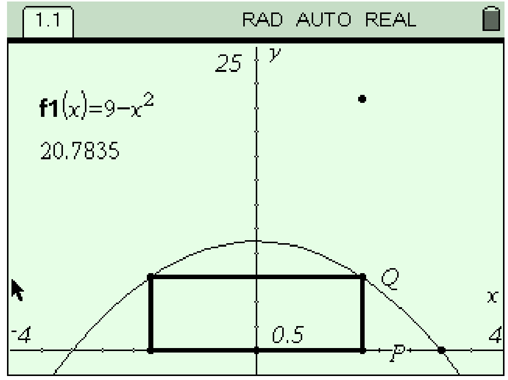
Största värdet tycks vara ca 20,78 a.e. så som bilden intill visar.

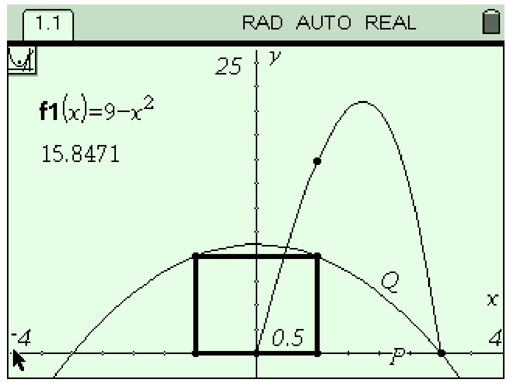
Nästa steg är att konstruera den kurva, som punkten följer, ortskurvan (b , Construction, Locus. Klicka först på punkten som svarar mot areans mätvärde och sedan på punkten P). Se nedre bilden till höger.

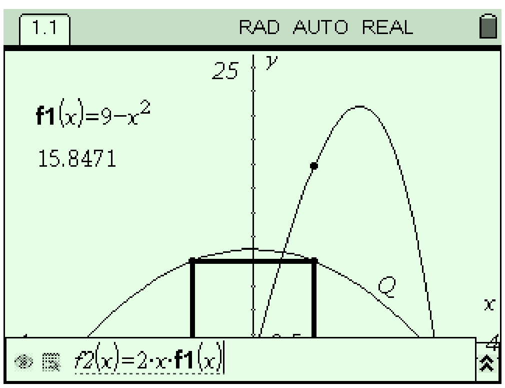
För att kunna bestämma ett uttryck för arean beräknade du 2**xk***yk*, där (*xk* ; *yk*) är en punkt på grafen av *f1(x)*. Detta ger dig en möjlighet att ersätta *yk* med funktionsvärdet i punkten. Med andra ord kan vi bestämma arean som 2**x***f1(x)* och definiera detta som *f2(x)*.

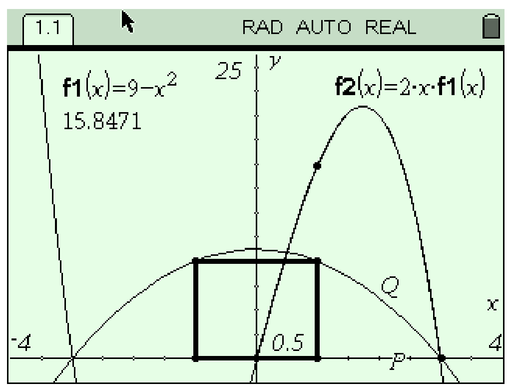
Visa inmatningsraden (b , View, Show Entry Line) och skriv in detta uttryck som f2(x). Se bild nedan till vänster.

Då du trycker på · dyker grafen upp. Det är viktigt att diskutera med eleverna varför f2(x) ritas utanför intervallet [0;3] och gärna också varför grafen har detta utseende.



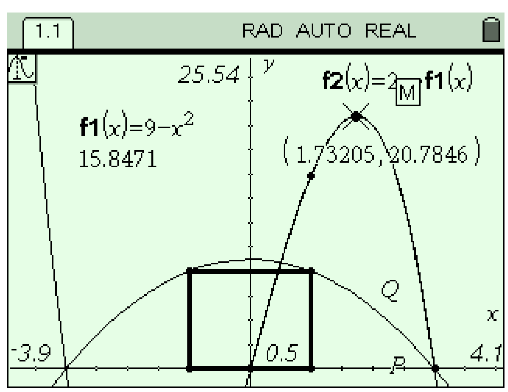






Aktivera spårningsfunktionen (b , Trace, Graph Trace). Byt funktion till *f2(x)* med pil-upp och följ sedan grafen med hjälp av pil-höger tills du träffar på maxpunkten. Se bilden till höger!

Undersökningen har visat hur arean varierar (som en tredjegradsfunktion) och hur stor den maximala arean är. Det maximala värdet på arean inträffar för x ungefär 1,73.



Undersökning med hjälp av derivata

Infoga en sida med Calculator.

Definiera derivatan av funktionen *f2(x)* med beteckningen *f2d(x)*. (b , Calculus, Derivative).

Bestäm derivatans nollställen (b , Algebra, Solve).

Bestäm även närmevärde för lösningen (/ , ·).