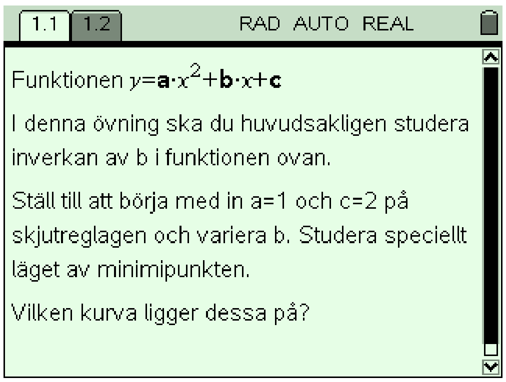
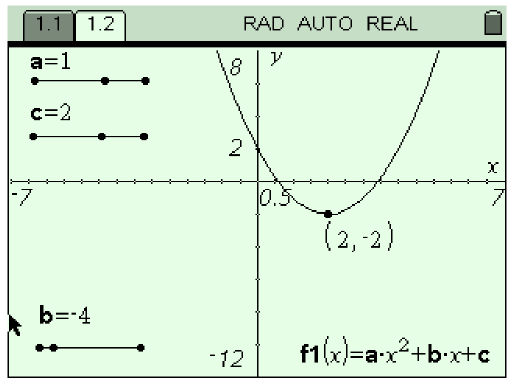
Laboration: Andragradsfunktionen $y = ax^2 + bx + c$

I denna laboration ska du huvudsakligen undersöka vilken betydelse koefficienten b har för utseendet av funktionen $y = ax^2 + bx + c$.

Inledande undersökning

Öppna filen *andragrad 4.tns*. Ställ in de båda skjutreglagen för a och c så att att a = 1 och c = 2. Därmed studerar du inledningsvis ett specialfall nämligen funktionen $f1(x) = x^2 + bx + 2$. Studera vad en variation av b betyder genom att variera b i intervallet $-5 \leq b \leq 5$.





Fördjupad undersökning med hjälp av derivata

Visa med CAS i en Calculatorapplikation för det allmänna fallet,
$f(x) = a1{*}x^2 + b1{*}x + c1$, vilken kurva extrempunkten till *f(x)* följer. Observera att om du arbetar i samma problem är a, b och c bundna till värden genom lagringen i Graphs & Geometry applikationen. Därför är koefficienterna omdöpta till a1, b1 och c1 ovan. Öppnar du ett nytt problem behövs inte detta utan du kan använda a, b och c.

Matematisk nivå

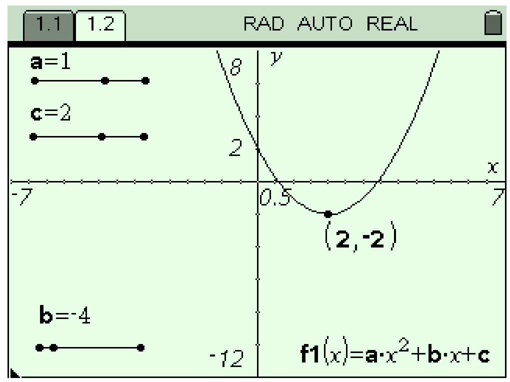
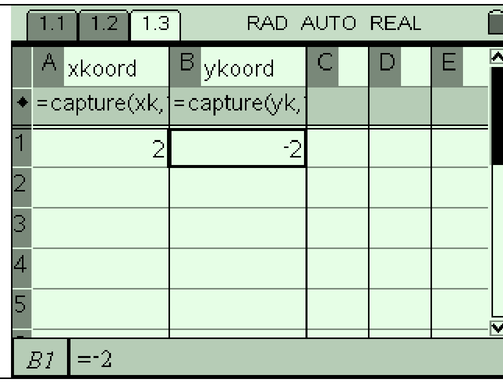
För den inledande undersökningen behövs kunskaper motsvarande matematik kurs B.

För den fördjupade undersökningen behövs matematik kurs C.

Teknisk nivå

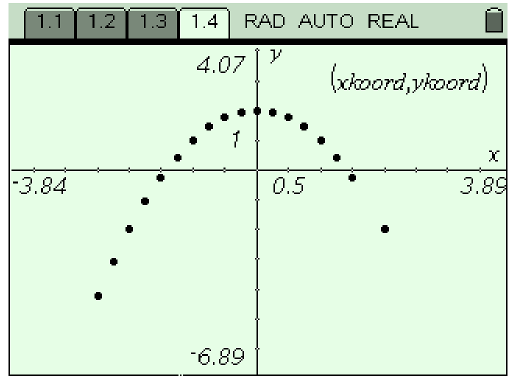
Tidigare erfarenhet av TI-Nspire är nödvändig.

Läraranvisning, inledande undersökning

Lagra minimipunktens x-koordinat med variabelnamnet *xk* (markera värdet och tryck på tangenten h . Skriv namnet). Upprepa med y-koordinaten. Döp den till *yk*. Ställ in a=1 och c=2 och kontrollera att fönsterinställningarna är sådana att minimipunkten hela tiden befinner sig på skärmen då värdet på c ändras.	
Öppna en ny sida med Lists & Spreadsheet (c , Lists & Spreadsheet). Placera markören i cell A1 och välj automatisk datainsamling (b , Data, Data Capture, Automated Data Capture). Skriv *xk* som variabelnamn. Upprepa i cell B1 med variabelnamnet *yk*. Döp de båda kolumnerna till *xkoord* och *ykoord* respektive.	

Återvänd till sidan 1.2 (G&G) och dra skjutreglaget för b genom hela intervallet. Nu sker datainsaling till listorna. Återvänd till sidan 1.3 för att se detta och för att infoga en ny sida med Graphs & Geometry (c , Graphs & Geometry).

Byt graftyp till punktdiagram och klicka i dialogboxen för x. Välj xkoord. Tryck på e och sedan klicktrangenten och välj ykoord för y. Justera fönsterinställ-ningarna så att grafen blir synlig.



Återvänd till sidan 1.3 och utför en kvadratisk regression på värdena i listorna A och B (b , Statistics, Stat Calculations, Quadratic Regression).

Välj lista a för x-värden och lista b för y-värden. Kontrollera att regressions-ekvationen lagras i *f3* (första ej använda funktion) och tryck med e tangenten vidare till OK och tryck på · .

Återvänd till sidan 1.4 (G&G). Rita funktionen *f3*(*x*) (b , Graph Type, Function. Markera f3 och tryck på · .

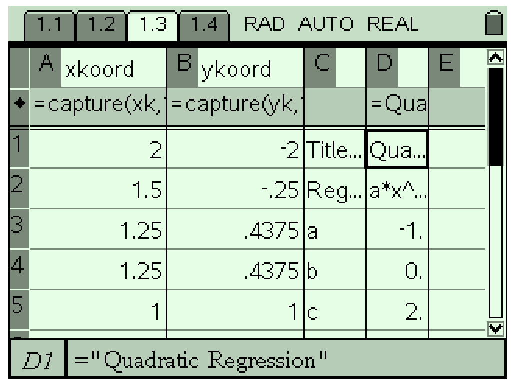
Som framgår av funktionsuttrycket ligger minimipunkterna för y = x^2 +bx+2 på kurvan y = 2 – x^2.

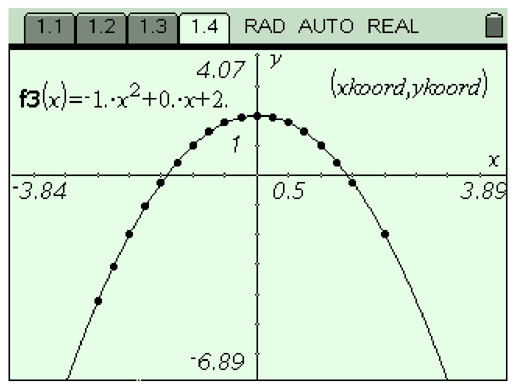
Det kan direkt konstateras att konstanten 2 är värdet på c eftersom värdet b=0 ger en minimipunkt för x=0 i punkten y=2.

Möjligen skulle konstanten -1 kunna ha något samröre med konstanten a, som här är 1.

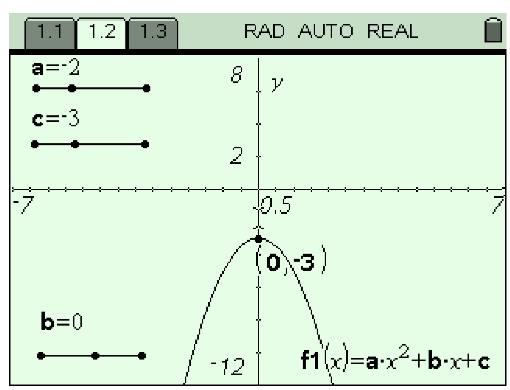
Om eleverna är bekanta med derivatan kan undersökningen fortsättas i en Calculator applikation.

Om så inte är fallet bör de undersöka funktionen $y = ax^2 + bx + c$ för andra värden på a och c. Härvid är det bra om de arbetar tillsammans i grupper och med olika värden på konstanterna. Det är viktigt att de på nytt öppnar den ursprungliga filen *andragrad 4.tns,* för att undvika problem med datainsamlingen.





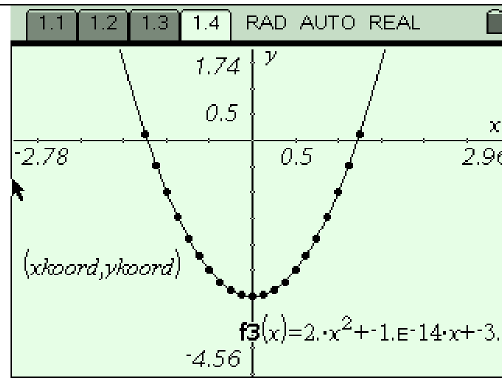
Nedan nya värden: a = -2 och c = -3



För a = -2 och c = -3 blir den kurva som i detta fall maxpunkten till $y = ax^2 + bx + c$ följer $y = 2x^2 – 3$, vilket styrker den hypotes som ställdes ovan.

Det tycks som om kurvan som min- eller maxpunkterna faller längs är $y = c - ax^2$.

Detta visas enkelt med hjälp av derivata i en Calculator applikation. Se bilderna nedan.



Läraranvisning, fördjupad undersökning

Funktionen, f(x), definieras med konstanterna a1, b1 och c1 för att undvika variabelkonflikt.

Därefter definieras funktionens derivata som fd(x).

Derivatans nollställe och funktionsvärdet i motsvarande punkt bestäms.

b1 löses ut ur uttrycket som blev resultat då derivatans nollställe bestämdes.

Avslutningsvis bestäms funktionsvärdet för f(x) med detta värde på b1 insatt.

Resultatet bekräftar som synes de hypoteser som ställdes ovan. Kurvan är $y = c - ax^2$. Se bilden intill!