

Rectas paralelas y perpendiculares

Guía del profesor

Contenidos:

Relación de paralelismo y perpendicularidad entre rectas.

Aprendizajes Esperados:

Identificar las relaciones entre parámetros de la ecuación de la recta que indican paralelismo y perpendicularidad entre rectas.

Objetivo:

Identificar el rol de los parámetros de la ecuación de la recta para determinar relación de paralelismo y perpendicularidad entre rectas, utilizando las potencialidades de la calculadora TI-84 y el Navegador.

Materiales:

- Calculadoras TI – 84
- TI-Navigator
- Taller correspondiente para cada estudiante

Tiempo estimado: 90 minutos

Descripción de la Actividad:

La disposición de la sala, será de grupos dispuestos de 4 alumnas. Cada una de ellas, tendrá para su uso personal una Calculadora TI – 84 y todas estarán conectadas al Navegador.

La clase está diseñada en función de dos actividades que permitirán definir matemáticamente las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas.

Antes de comenzar, se establecerán conceptos claves para el desarrollo y transcurso de la sesión de aprendizaje. A partir de nociones que poseen las propias estudiantes, se definirán:

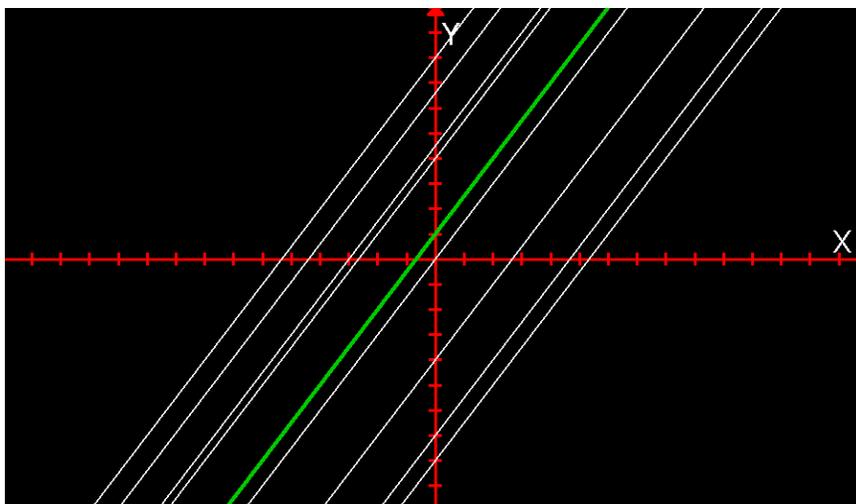
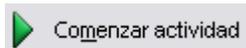
- *Dos rectas paralelas:* Como aquellas rectas en un mismo plano que no poseen ningún punto en común.
- *Dos rectas perpendiculares:* Como aquellas rectas en un mismo plano que poseen un punto de intersección y el ángulo de intersección formado entre ellas es de 90° .

Mediante las siguientes actividades pretendemos que los estudiantes descubran el significado gráfico de los parámetros involucrados en la ecuación de una recta y los utilicen para determinar cuando dos rectas son paralelas o perpendiculares.

Actividad 1: Construyendo rectas paralelas

Indicaciones a las alumnas:

Para esta actividad se considerará una recta llamada “recta base” de ecuación $y = 2x$, la cual deberá ser mostrada en el TI-Navigator. Luego, se les solicitará a los estudiantes que envíen la ecuación de otra recta “similar” a la recta base pero que no pase por el origen



Se produce un momento de discusión, donde sean las propias estudiantes quienes conjeturen sobre lo sucedido.

Como es natural, muchas de las ecuaciones enviadas no cumplirán la condición de paralelismo. No obstante, deberán ser destacadas y puestas en jaque con respecto a aquellas que si lo serán. Para esto, se realizarán preguntas del tipo:

- ¿Qué tienen en común todas estas rectas?
- ¿Cuál es su similitud en la representación gráfica?
- ¿Qué similitudes (o diferencias) encontramos entre las ecuaciones de estas rectas?
- ¿Qué diferencia a ésta de las demás?, tanto en su representación gráfica como en su ecuación.

Luego, se les solicitará que indiquen o formulen alguna regla que permita identificar rectas paralelas. Es importante que los estudiantes lleguen a identificar la relación que existe entre paralelismo entre rectas y las pendientes de las mismas.

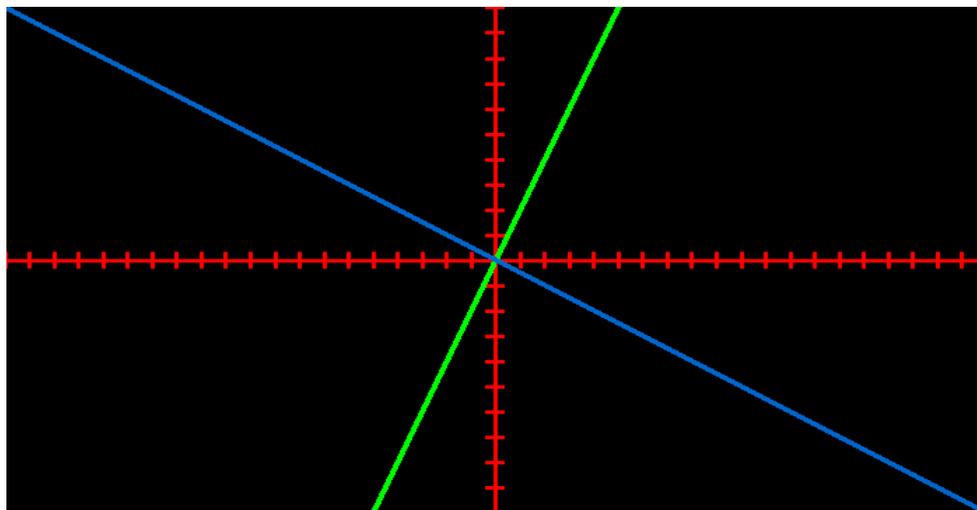
Posteriormente, se realizará una pregunta a modo de predicción que simultáneamente puede considerarse como evaluación: Envía la ecuación de una recta que sea paralela a la recta de ecuación $y = 4x$. También, puede solicitarse ecuaciones de rectas paralelas a las rectas de ecuación $y = -2x$ o $y = 5x + 3$. Deberán registrar sus resultados en la tabla dispuesta para ello.

Posterior a esta actividad, la docente deberá institucionalizar tales nociones. Relacionar la condición de rectas paralelas como una equivalencia entre pendientes. De este mismo modo, se podrá reforzar a su vez, el parámetro m como la pendiente o inclinación de la recta y el parámetro n como el intercepto con el eje y .

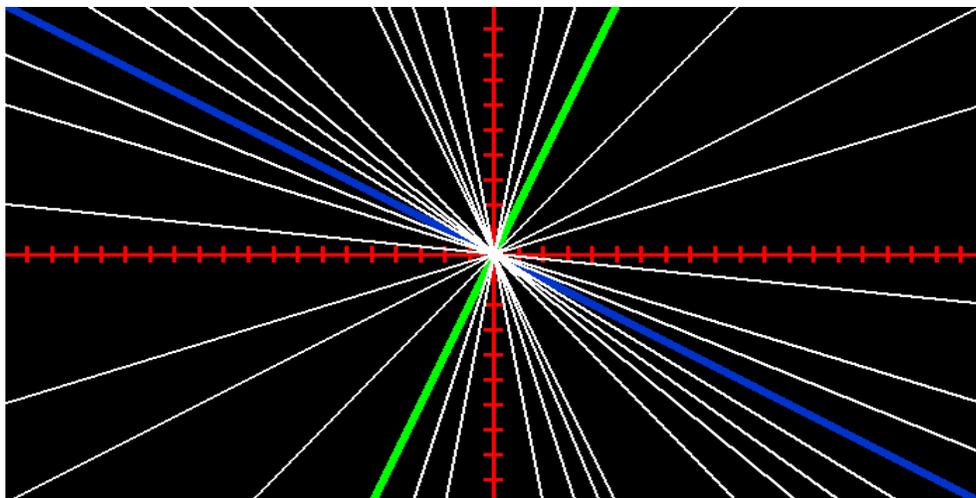
Actividad 2: Construyendo rectas perpendiculares

Indicaciones a las alumnas:

En base al trabajo anterior, se utilizará la misma recta base de ecuación $y = 2x$ (la cual deberá ingresarse al TI-Navigator) y junto a ella su recta perpendicular en el origen, como muestra la figura:



Se explicitará que se desconoce la ecuación de la recta perpendicular a $y = 2x$ (en azul) y que encontrar esta ecuación es la problemática a explorar. **Para ello se les solicita a los estudiantes que envíen al TI-Navigator ecuaciones que ellos estimen puedan corresponder a la recta mencionada y que el indicador de que la han obtenido será que la gráfica de la recta enviada coincida con la recta azul.** Se espera que el resultado de esta exploración inicial sea un conjunto de rectas como las representadas a continuación:



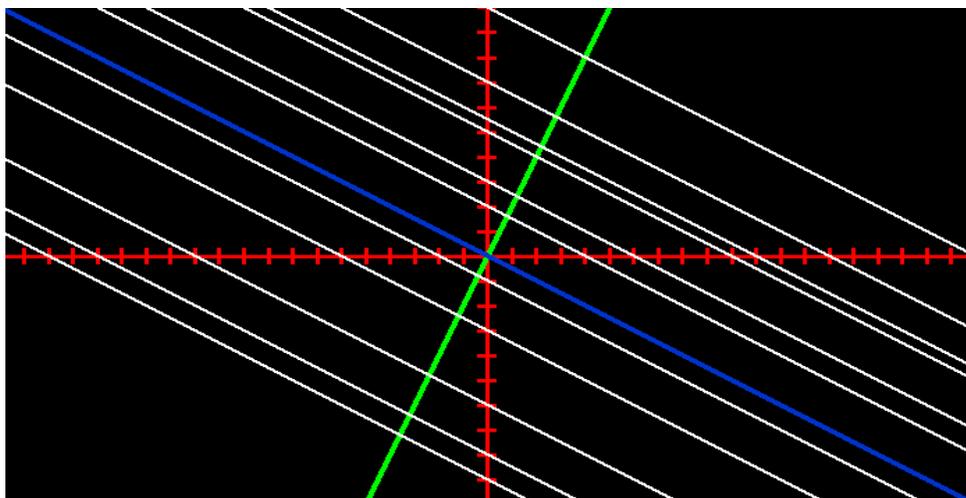
En esta actividad los estudiantes deberán recordar la forma característica $y = mx$ de las ecuaciones de rectas que pasan por el origen. Así el parámetro en estudio para determinar la ecuación de la recta perpendicular a la recta $y = 2x$, será solo m , es decir la pendiente de la recta. Es importante que durante la exploración y de manera colaborativa los estudiantes conjeturen que las rectas que “se acercan a la recta azul” presentan valores de m cada vez más cercanos a $0,5$. Hasta llegar a corroborar que la ecuación $y = -0.5x$ es la buscada.

Probablemente en la primera exploración aparecerán errores como el envío de rectas que no pasan por el origen, es importante detenerse en estas situaciones para avanzar con todos los estudiantes.

Queda abierta la posibilidad para el docente una vez estudiados los resultados de la primera exploración con los estudiantes, permita un segundo envío de ecuaciones cuya representación gráfica se acerque o coincida con la recta azul buscada.

Una vez encontrada la ecuación de la recta perpendicular a $y = 2x$ en el origen se solicitará a los estudiantes que **envíen una nueva ecuación, esta vez que represente a una recta perpendicular a la recta base $y = 2x$ pero en un punto distinto al $(0,0)$.**

Se espera que el resultado gráfico de esta actividad sea cercano a la figura siguiente:



Sin embargo, es muy probable que en un primer intento se presenten variedad de respuestas erróneas, pues las estrategias para abordar esta problemática será variada. Algunos estudiantes no reflexionarán acerca de la relación de paralelismo existente entre las perpendiculares a la recta base e intentarán cumplir la tarea con una estrategia de exploración similar a la realizada en la primera actividad.

Por esto es recomendable que el docente pueda provocar la discusión en el curso con preguntas tales como:

- ¿Qué tienen en común las rectas perpendiculares a la recta base?
- ¿Cuál es su similitud en el registro gráfico?
- ¿Cuál es su similitud en el registro simbólico?

Las preguntas que aparecen en el taller del alumno van en el mismo sentido de las aquí planteadas y tienen como objetivo fijar los conocimientos más relevantes en este tema: paralelismo entre las rectas perpendiculares a una dada y relación entre las pendientes de rectas perpendiculares.

Para verificar los resultados obtenidos y conjeturas elaboradas, se propone a los estudiantes que envíen una recta perpendicular a la recta base de ecuación $y = 4x + 3$. Deberán registrar sus resultados en la tabla dispuesta para ello.

Es recomendable igualmente que el docente envíe una recta al navegador, por ejemplo: $y = 1/3x + 4$ y solicite a una estudiante que envíe la ecuación de una recta tal que sea perpendicular a ella. De esta manera será apreciado en términos fraccionarios el recíproco de su inverso multiplicativo

Posterior a esta actividad, el docente deberá institucionalizar tales nociones, es decir, relacionar la condición de rectas perpendiculares con que el producto entre las pendientes de las rectas sea igual a -1 y/o explicar que la pendiente de una recta es el recíproco del inverso multiplicativo de la pendiente de cualquier recta perpendicular a ella.

Finalmente, los estudiantes culminan el taller realizando los desafíos propuestos.