

Undersökning av den symmetriska förändringskvoten

Mål för aktiviteten

Att få förståelse för hur numerisk derivering fungerar genom att undersöka egenskaper hos den symmetriska förändringskvoten, som ligger till grund för denna beräkning. Speciellt studeras polynomfunktioner av andra och tredje graden.

Nödvändiga förkunskaper

Känna till förändringskvoter och derivatans egenskaper. Ha någon erfarenhet av att använda Grafer & Geometri och speciellt Räkna-delen i TI-Nspire.

Uppgift

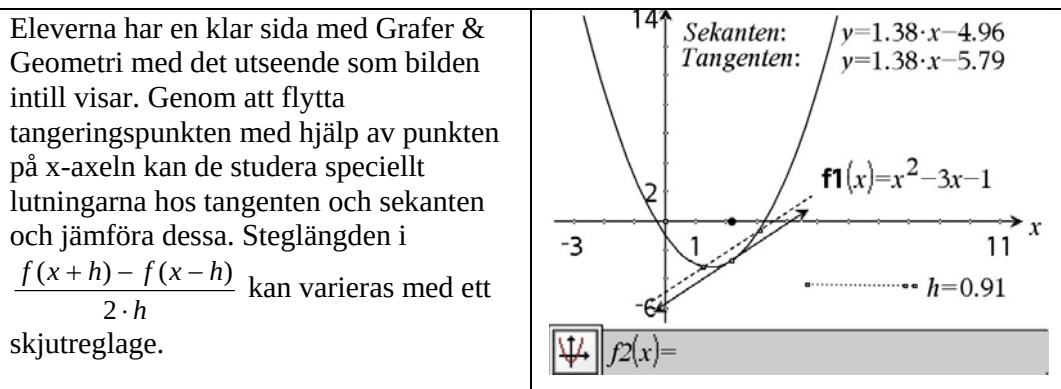
Jämför sekant och tangent till en andragradsfunktion och studera inverkan av intervalllängd i differenskvoten.

Genomförande

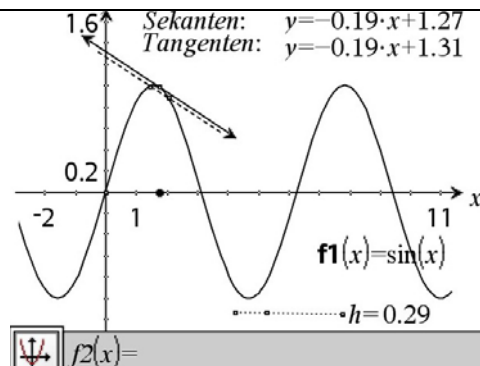
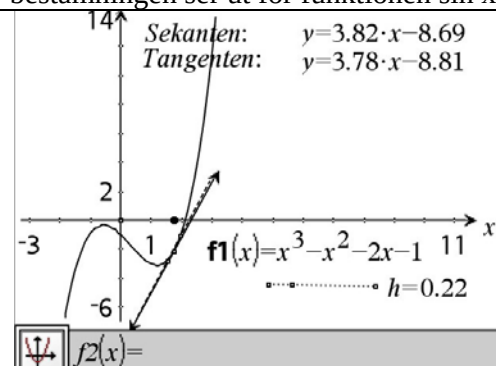
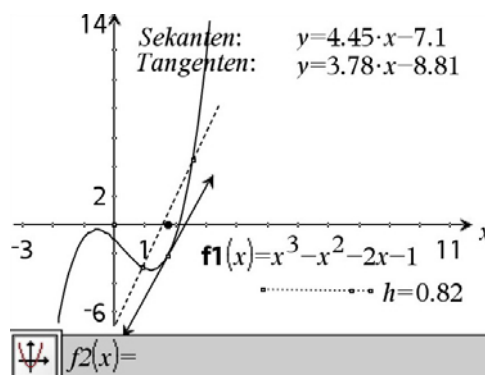
Skicka filen "Aktivitet6_SymmetriskDiffkvot_CAS_student_SV.tns" till elevernas räknare. I denna fil finns steg för steg anvisning till eleverna för att genomföra undersökningen.

Lärarstöd

En fullständig lösning till uppgiften finns i "Aktivitet6_SymmetriskDiffkvot_CAS_lösning_SV.tns". Innehållet i denna redovisas översiktligt nedan med kommentarer.



Eleverna utvidgar undersökningen genom att studera någon annan funktion av andra graden och att sedan utvidga undersökningen till tredjegradsfunktioner för att se att nu blir värdet på h väsentligt för beräkningen. Se bilden till höger där med $h=0,82$ man ser en tydlig skillnad på lutningarna, som naturligtvis också bekräftas av de båda k -värdena i ekvationerna. Redan för $h=0,22$ blir överensstämmelsen bättre som framgår av bilden nedan till vänster. En ytterligare minskning förbättrar givetvis ytterligare. Bilden till höger nedan visar hur bestämningen ser ut för funktionen $\sin x$.



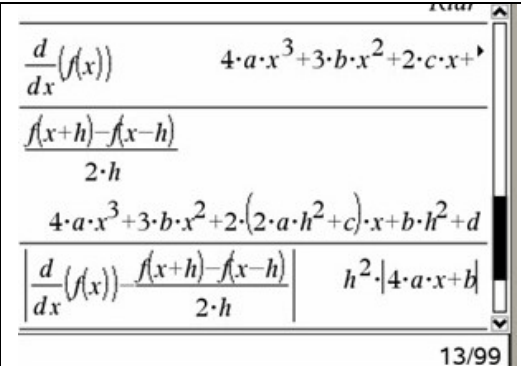
I Problem 2 av filen ska eleverna bevisa det som observerats i undersökningen. I Räknares definieras först en generell andragsgradsfunktion. De båda uttrycken för derivatan och den symmetriska förändringskvoten jämföres. Bilderna visar resultatet. Bilderna nedan visar resultatet för en generell tredjegradsfunktion. Här blir värdet på h väsentligt, som redan visats ovan.

Define $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	Klar
$\frac{d}{dx}(f(x))$	$2 \cdot a \cdot x + b$
$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2 \cdot h}$	$2 \cdot a \cdot x + b$

⚠ Resultatets definitionsområde kan vara...

$\frac{d}{dx}(f(x))$	$2 \cdot a \cdot x + b$
$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2 \cdot h}$	$2 \cdot a \cdot x + b$
Define $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$	Klar
$\frac{d}{dx}(f(x))$	$3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$\frac{d}{dx}(f(x))$	$3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2 \cdot h}$	$3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + a \cdot h^2 + c$
$\left \frac{d}{dx}(f(x)) - \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2 \cdot h} \right $	$ a \cdot h^2$
$ a \cdot h^2 h = 1 \cdot 10^{-3}$	$ a $
	1000000

I högra bilden ovan har värdet på h valts till $1 \cdot 10^{-3}$, som är det värde som normalt används i räknaren för beräkning av derivatan numeriskt. Felet i bestämningen beror av h men också av koefficienten för x^3-termen och är $a \cdot 10^{-6}$, dvs acceptabelt i normala klassrumssituationer. Bilden till höger visar utfallet för en polynomfunktion av fjärde graden	 The calculator screen displays the numerical differentiation of a polynomial function. The function is $f(x) = 4 \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$. The derivative is calculated using the formula $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2 \cdot h}$. The result is shown as $h^2 \cdot 4 \cdot a \cdot x + b$. The screen also shows the function $f(x)$ and the derivative $\frac{d}{dx}(f(x))$.
--	--

Kommentarer till den exakta bestämningen

När eleverna genomfört den första delen av beviset för andragradsfunktionen, kan de utnyttja det redan inskrivna eftersom de historiska paren kan utnyttjas. Därför hämtas först definitionen av $f(x)$ till inmatningsraden och redigeras till ett tredjegradspolynom. Sedan hämtas de båda andra objekten som de är och så är bestämningen klar.