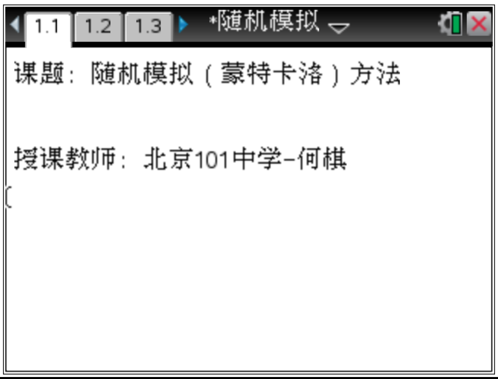


课题：随机模拟（蒙特卡洛）方法

授课教师：北京 101 中学-何棋

【教学目标】

学生经过利用图形计算器进行数学实验，体验用随机模拟的方法对随机事件的概率进行估计，进一步体会用频率的稳定值来刻画概率的思想，理解随机模拟方法是解决一类问题的必要方法；通过数学实验将数学对象进行多元联系表示，培养数感和识图能力，提高应用信息技术学习数学的能力，激发数学学习热情，培养数学探索的精神，提高数学应用意识.

【教学重点】随机模拟的方法。

【教学难点】概率模型的建立、随机模拟的方法的原理和应用。

【教学资源】TI Nspire CAS 图形计算器

【教学方法】教师引导学生使用图形计算器进行探究发现学习

【教学环节】	组织方式	截图

热身练习

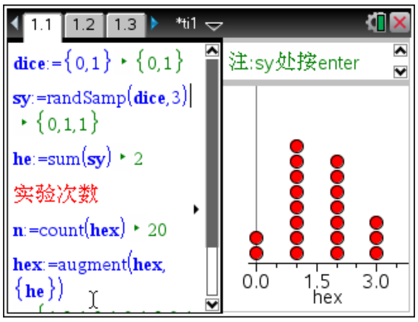
将一枚均匀的硬币，抛掷 100 次恰好有 50 次正面朝上的概率 p 的范围是（　）

A $0<p<0.1$　B　$0.1<p<0.4$　C $0.4<p<0.6$　D $0.6<p<0.9$

E $0.9<p<1$

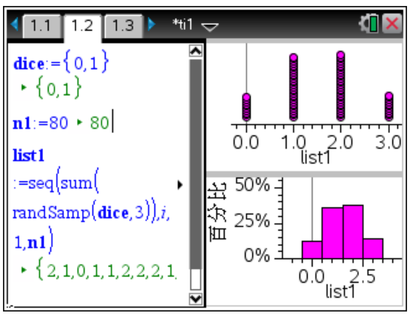
问题探究

概率是描述随机事件发生的可能性的大小的量，本章开始用频率的稳定值来刻画概率，称为频率方法（Frequency approach），就需要我们进行大量的重复实验，来探究频率的稳定值。下面我们就用这个方法来探究例 1



例 1．将一枚均匀的硬币抛掷 3 次，正面朝上的次数有哪些？它们发生的概率分别是多少？

教师引导学生做实验，改变实验次数，观察图形的变化，分析每个结果发生的频率的关系。



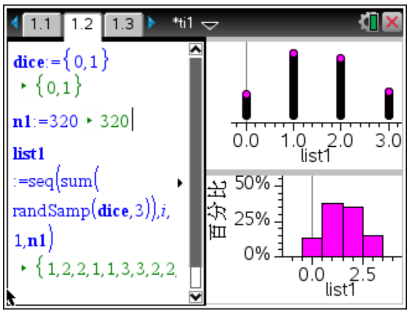
教师从引导学生从所有学生的结果中分析出普遍的规律：

分析：设正面朝上的次数为 X，则 X 可能取值为 0,1,2,3

发现：$P(X=0)\approx P(X=3)$；$P(X=1)\approx P(X=2)$，且 $P(X=1)\approx 3P(X=3)$

又因为 $P(X=0)+P(X=3)+P(X=1)+P(X=2)=1$，所以 $8P(X=0)=1$， P(X=0)=1/8

所以 P(X=0)=P(X=3)=1/8；P(X=1)=P(X=2)=3/8

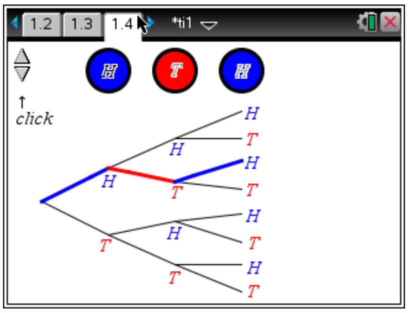


下面用理论方法（Theoretical approach）来分析

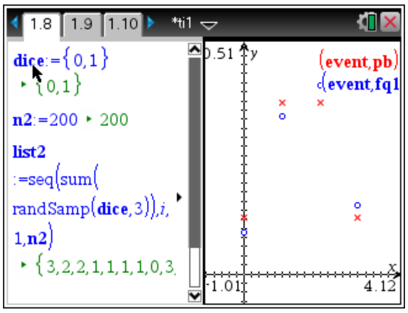
我们可以用树形图法列出该实验的全部的结果即基本事件（样本）空间（sample space），如图，Ω={(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)}，一共 8 个结果，每种结果是等可能的（equally likely outcome）

当 X=0 或 3 时有 1 种结果，当 X=1 或 2 时有 3 种结果，

所以 P(X=0)=P(X=3)=1/8；P(X=1)=P(X=2)=3/8



将本次实验的频率和概率列表并且作出图像，可以观察到随着实验次数的增加，频率越来越接近概率值。如图



例 2．如图，在边长为 1 正方形 ABCD 中，随机取一点，求该点落在扇形区域内的概率

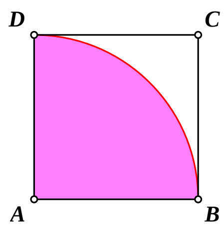
solution: Sample space Ω={(x,y)|x,y∈(0,1)}

All outcomes are equally likely ,S(Ω)=_1_

Let E represent The required event ,

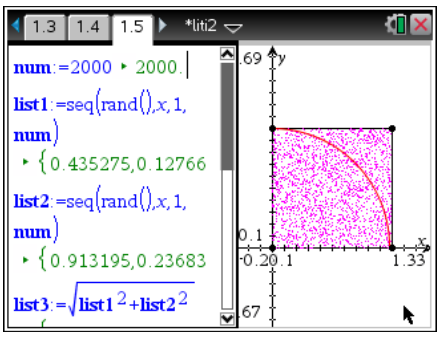
E={(x,y)| $\sqrt{x^2+y^2} \le 1$,x,y∈(0,1)},S(E)= $\frac{\pi}{4}$

so P(E)= $\frac{S(E)}{S(\Omega)}$ =_ $\frac{\pi}{4}$ _.

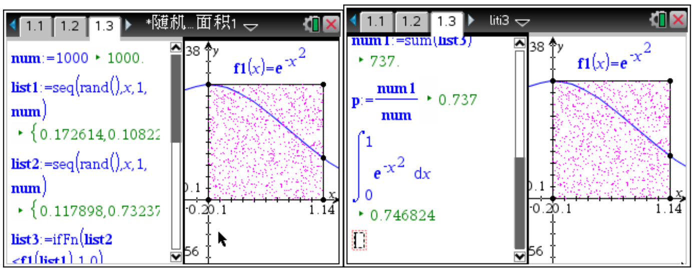


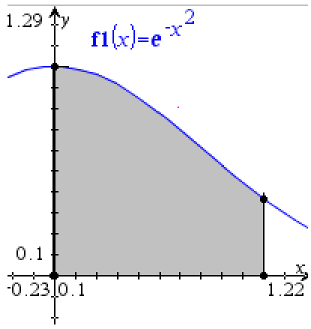
实验：用随机模拟的方法估计概率

思考：能不能概率的估计值来计算 π 的近似值？



例3．如图，用蒙特卡洛方法估计函数 $f(x)=e^{-x^2}\quad x\in[0,1]$ 的图象和坐标轴、直线 x=1 围成图形的面积





课后作业

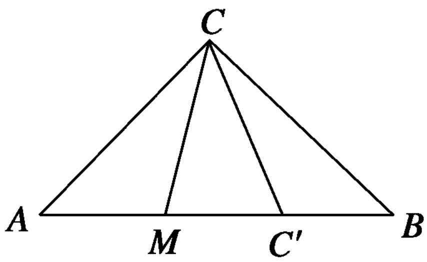
作业要求：每个题目先用理论方法完成，然后在图形计算器上用随机模拟方法完成第 2 题，并且和理论值比较

1.在等腰 Rt△ABC 中，过直角顶点 C，分别求满足下列条件时，|AM|<|AC|的概率.

（1）在线段 AB 上任意取一点 M

（2）在△ABC 中任意取一点 N，做一条射线 CN，与线段 AB 交于点 M，

（3）在∠ACB 内部任作一条射线 CM，与线段 AB 交于点 M，



2．如图，A、B 两盏路灯之间的距离是 30 米，由于光线较暗，想在其间再随意安装两盏路灯 C、D，问 A 与 C、D，B 与 C、D 之间的距离都不小于 10 米的概率是多少？

3．已知函数 f(x)＝x2－2ax＋b2，a，b∈ R.

(1)若 a 从集合{0,1,2,3}中任取一个元素，b 从集合{0,1,2}中任取一个元素，求方程 f(x)＝0 有两个不相等实根的概率；

(2)若 a 从区间[0,2]中任取一个数，b 从区间[0,3]中任取一个数，求方程 f(x)＝0 没有实根的概率.

4．甲、乙两艘轮船都要停靠在同一个泊位，它们可能在一昼夜的任意时刻到达．甲、乙两船停靠泊位的时间分别为 4 小时与 2 小时，求有一艘船停靠泊位时必需等待一段时间的概率．

5．用随机模拟的方法函数 $f(x)=x^3,\ x\in[0,1]$ 的图象和坐标轴、直线 x=1 围成图形的面积

（1）写出计算器随机模拟的程序

（2）写出至少 5 次实验的结果，每个包括实验的次数、满足条件的次数、频率

（3）写出面积的估计值