

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## Actividad NUMB3RS: Cooperar o no cooperar

En "El arte de planear", un asesino convicto ofrece al FBI su confesión detallada a cambio de que le permitan visitar a su hija. Don quiere obtener la información sin ofrecerle mucho a cambio. Charlie sugiere que usen una teoría de juegos, "ojo por ojo", del juego llamado *El dilema del prisionero*.

*El dilema del prisionero* toma su nombre de un caso hipotético de dos criminales que son apresados y reclusos por separado. La policía tiene suficiente información para acusarlos de un crimen más leve, pero sospecha que están involucrados en uno mayor. A cada uno le dicen que, si testifica en contra del otro, recibirá una sentencia menor que la del crimen más leve, mientras que el otro recibirá una sentencia más larga por el crimen mayor. En *El dilema del prisionero*, "coopera" significa que el prisionero *no* delata al otro; "defecciona" significa que *lo delata*. Estos términos indican que los prisioneros cooperan el uno con el otro o defeccionan, no que cooperan con los investigadores.

En un caso real, cada prisionero tendría una sola oportunidad. Pero en la teoría, los especialistas en juegos lo han organizado de modo que cada resultado posible vale puntos. Se juegan algunas rondas y el jugador con más puntos gana. Hay muchas estrategias para jugar, pero nadie ha comprobado que haya una mejor estrategia. Esta actividad ofrece la oportunidad de experimentar una estrategia.

La compensación se recibe en puntos (no en años de cárcel). Por eso, el objetivo es obtener todos los puntos posibles. Esta tabla muestra los valores de los puntos:

		Jugador B	
		Coopera	Defecciona
Jugador A	Coopera	A gana 3 B gana 3	A gana 1 B gana 5
	Defecciona	A gana 5 B gana 1	A gana 1 B gana 1

Cada jugador necesita una copia de este cuadro:

TURNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
B	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

Cada jugador debe pensar en una estrategia secreta. En cada turno, escoge C (coopera) o D (defecciona) marcando la letra apropiada sin que el oponente vea el cuadro y que no se escuchen pistas de cómo se escribe la letra. Muestran simultáneamente sus selecciones y determinen los puntos en el cuadro. Debes anotar la escogencia de tu oponente para tratar de identificar su estrategia.

Si un jugador sabe cuándo terminará el juego, tiene una ventaja porque puede cambiar su estrategia por el último turno. Es importante que el juego lo termine alguien que no esté jugando. Por lo tanto, el maestro o un compañero dirán cuándo finaliza.

1. Juega el juego anterior con un compañero antes de seguir leyendo. El maestro dirá cuándo finaliza el juego (el cuadro admite 20 turnos, pero el número se puede adaptar según se quiera). Comenta las estrategias empleadas.
2. ¿Cómo se podría cambiar la estrategia por un conjunto diferente de valores? Por ejemplo: ¿qué valor se le puede otorgar al jugador que coopera si, al defecionar el otro jugador, se le retiran todos los puntos al cooperante? ¿Por qué?

Charlie señala que hay una estrategia más bien sencilla que ha derrotado a algunas de las estrategias más complicadas. La estrategia sencilla se llama "ojo por ojo". Para usarla, empieza con C y luego, en cada turno que sigue, copia la selección de tu oponente en su turno *anterior*. El jugador "recompensa" al oponente que coopera ayudándole en el turno siguiente y "castiga" al que defeciona sancionándole en el turno siguiente. Nadie ha comprobado que esta sea la mejor estrategia, pero estadísticamente lleva la delantera en las competencias.

3. Juega otra ronda con el jugador A usando la misma estrategia como la primera vez, pero en esta ocasión el jugador B debe emplear "ojo por ojo". Describe el resultado del juego.
4. Juega una tercera ronda intercambiando los papeles de A y B en la Pregunta 3. ¿Quién gana esta vez?
5. ¿Cuál es el resultado si ambos jugadores usan la estrategia "ojo por ojo"?
6. ¿Cuál es el resultado si ambos jugadores juegan "ojo por ojo", pero en una jugada el jugador A defeciona cuando la estrategia dice que debería cooperar?
7. Si ambos jugadores empiezan jugando "ojo por ojo", ¿qué estrategia debe cambiar un jugador para garantizar su victoria?

***El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.***

## Extensiones

### Introducción

La teoría de juegos es una rama de las matemáticas con aplicaciones mucho más importantes y significativas de lo que su nombre implica, por ejemplo en la guerra y en los negocios. Al matemático John von Neumann (honrado recientemente por los Estados Unidos en una estampilla), se le reconoce por haber sido uno de los creadores de esta rama de las matemáticas en la primera mitad del siglo XX. Como lo dice Charlie, las investigaciones y sus aplicaciones siguen vivas en el mundo de hoy.

### Para el estudiante

En la película "A Beautiful Mind", John Nash, profesor de matemáticas de Princeton, emplea la teoría de juegos para maximizar la probabilidad de que sus estudiantes puedan hacer citas. De pronto cae en la cuenta de que sus ideas tienen más posibilidades y corre a su casa a escribirlas. Sus ideas se convierten en la base de su trabajo que a la postre lo hacen merecer el Premio Nóbel de Economía. Busca ejemplos de la influencia que tiene la teoría de juegos en varios campos. Sus aplicaciones con sorprendentes.

Busca una explicación para el *equilibrio de Nash*. Imagina varias situaciones en las que se puede aplicar este concepto.

Investiga el uso de la teoría de juegos en otros campos (negociaciones laborales en economía, el Presidente vs. el Congreso en el gobierno, colonias de animales en biología en las que algunos individuos sacrifican sus intereses personales por el bien común, etc.). Escribe un informe mostrando su relación con las matemáticas.

En "El arte de planear", Charlie también discute otras dos estrategias. La primera se llama la estrategia del "gatillo sombrío". Un jugador siempre coopera, hasta que su compañero defeciona la primera vez. A partir de entonces, el jugador *nunca* vuelve a cooperar. La segunda estrategia es una variación de la primera que se usa en esta actividad: "ojo por dos ojos". En ella, el jugador copia lo que hizo su oponente dos jugadas atrás. Ensayá el juego con estas dos estrategias.

### Recursos adicionales

En *El dilema del prisionero*, hay algunas competencias en las que los participantes programan computadoras con una estrategia y luego se enfrentan entre sí. Como lo anotaba Charlie, el "ojo por ojo" tradicional siempre ha superado a estos intentos más sofisticados.

*El dilema del prisionero*, se puede jugar en línea en muchos lugares. Por ejemplo, intenta jugar en el siguiente sitio y trata de determinar la estrategia que está usando la computadora. <http://pespmc1.vub.ac.be/PRISDIL.html>