F1n – VARIATIONS D'UNE FONCTION

Auteur : Jean-Pierre Bouvier **TI-Nspire™ - TI-Nspire™ CAS**

Mots-clés : fonction, variations, représentation graphique, maximum.

Fichiers associés : F1nProf_VarFonction_CAS.tns, F1nElev_VarFonction_CAS.tns, F1nProf_VarFonction.tns, F1nElev_VarFonction.tns

1. Objectifs

En classe de Seconde, mettre en place les premiers éléments de l'étude d'une fonction. En particulier, découvrir les notions de variations d'une fonction et de maximum.
Familiariser l'élève aux possibilités offertes par la calculatrice pour étudier une fonction, en particulier, construire un graphique à partir d'une figure géométrique, par transfert de mesures.

2. Commentaires

Le thème abordé, un rectangle inscrit dans un quart de disque, n'est pas original, mais l'approche, grâce à la calculatrice ou le logiciel TI-Nspire, est plus rapide et plus efficace. Cette activité est proposée en deux versions, qui diffèrent lors de la validation des conjectures (avec calcul formel CAS ou non).

3. Conduite de l'activité

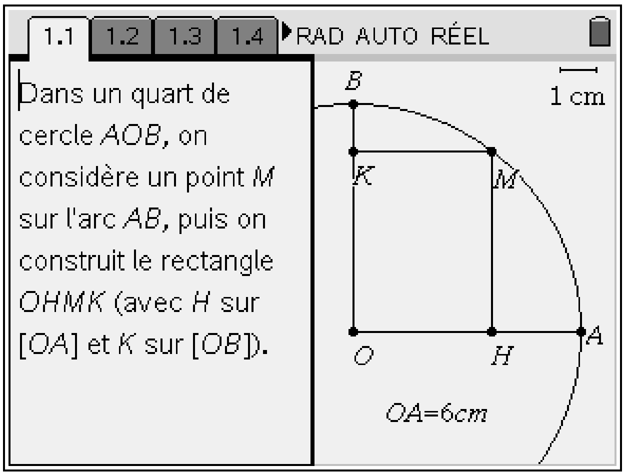
1) Découverte et première approche

Pour les deux premières parties, on peut utiliser indifféremment les fichiers .tns proposés.

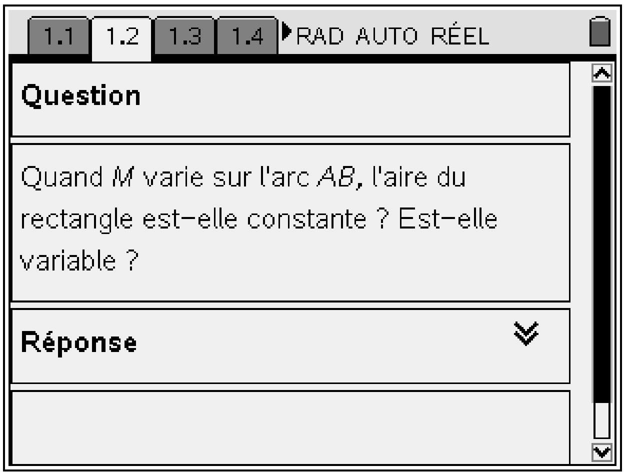
Pour obtenir à l'écran de l'ordinateur la même présentation que sur la calculatrice de l'élève (voir ci-contre), cliquer sur Affichage/Vue Unité nomade TI-Nspire.

La construction est réalisée : le point M varie sur l'arc AB ; on va s'intéresser à l'aire du rectangle $OHMK$.
On précisera aux élèves que le cercle a pour rayon : 6 cm.

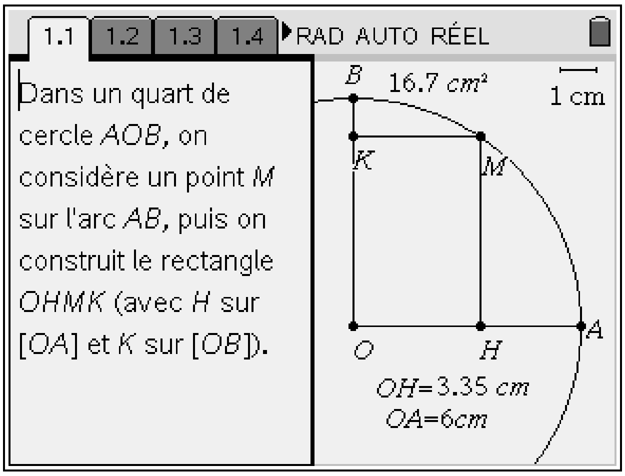
Remarque : dans la figure proposée aux élèves, la longueur 6 cm du rayon du cercle est verrouillée (Attributs).



Tous les élèves ne répondent pas spontanément à la question ci-contre. Certains sont troublés par le fait que, quand OH augmente, OK diminue, ce qui pourrait « compenser ».



L'élève doit alors utiliser l'unité nomade pour valider sa réponse. Il retourne en page 1, demande l'aire du rectangle et fait varier le point *M* sur l'arc *AB*.



2) Etude des variations de la fonction

On se propose maintenant d'étudier les variations de l'aire du rectangle en fonction de la distance *OH*.

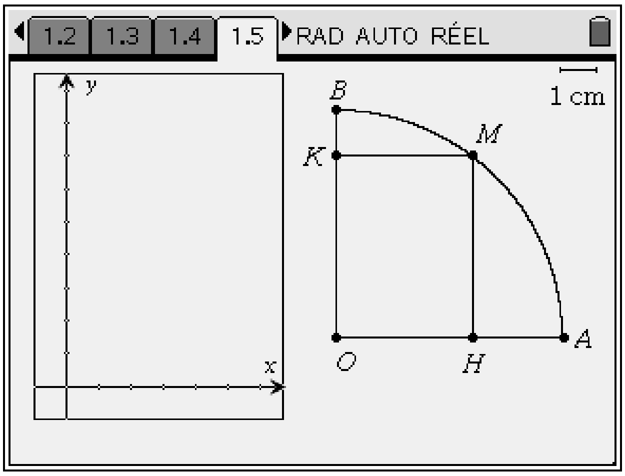
L'écran ci-contre, page 5, est donné à l'élève. Il doit le compléter en suivant les indications de la page 4 :

- l'élève demande sur la partie gauche de la page 5 la longueur *OH* et l'aire du rectangle.

- il reporte ensuite (outil "Report de mesure") la longueur *OH* sur l'axe des abscisses et l'aire sur l'axe des ordonnées.

- il construit le point *N* dont les coordonnées viennent d'être définies.

- enfin, il demande le lieu du point *N* quand le point *H* décrit le segment [*OA*] (ou quand *M* décrit l'arc *AB*, selon la construction réalisée).

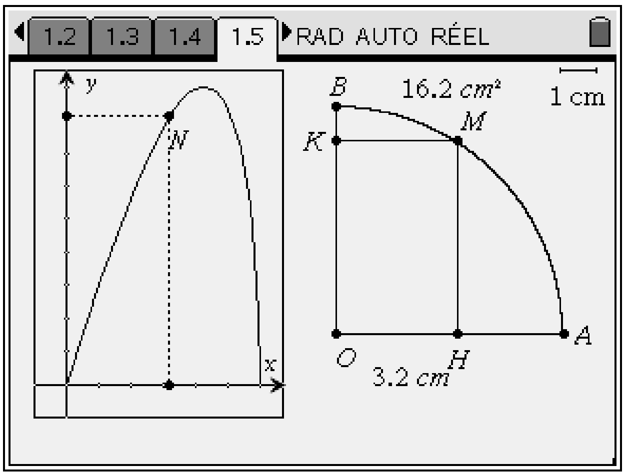


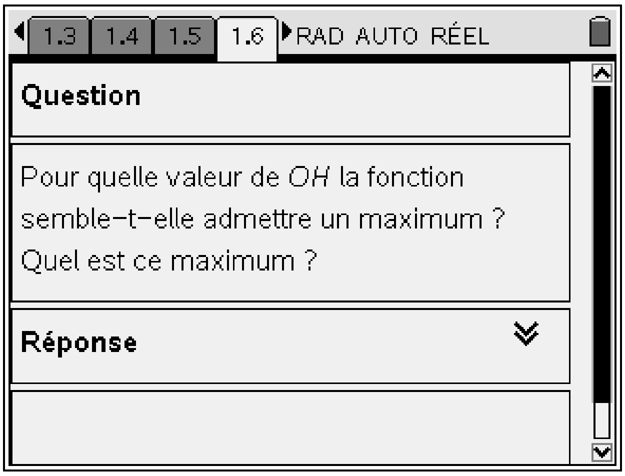
Remarques :

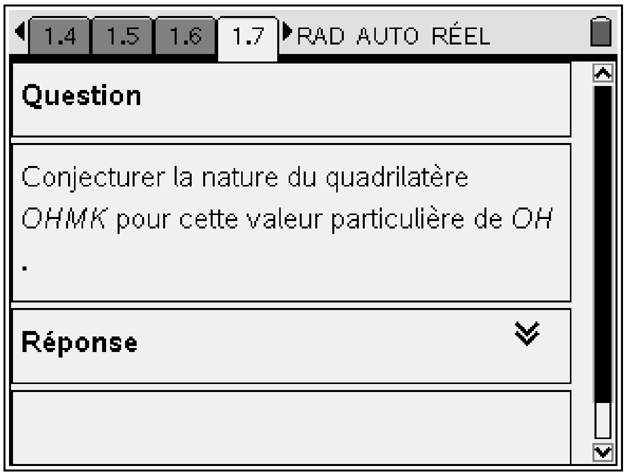
- quand la longueur OH et l'aire de OHMK sont reportées sur les axes, on obtient deux points sur les axes. On construit alors les perpendiculaires aux axes passant par ces deux points. Elles se coupent en N.

- on peut éventuellement créer les segments joignant N à ces deux points et cacher les droites perpendiculaires (pour alléger la figure).

En demandant le lieu du point *N* quand *H* décrit le segment [*OA*], on obtient l'écran ci-contre.







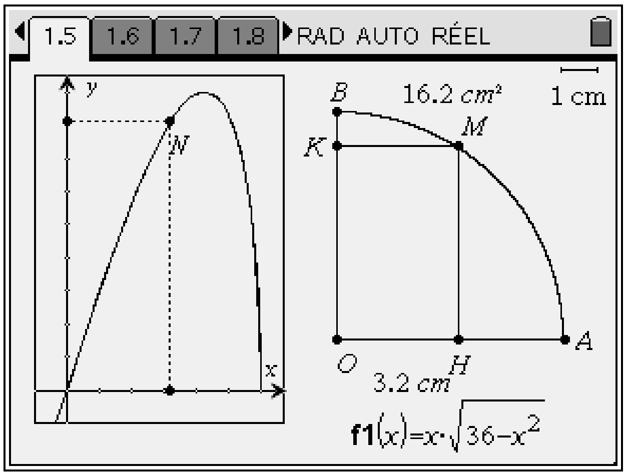
Pour répondre à ces questions, l'élève fait varier le point *H* sur le segment [*OA*] (ou le point *M* sur l'arc *AB*) et trouve des valeurs approchées du maximum et de la valeur de *OH* qui permet de l'obtenir.
Il peut remarquer alors que, pour cette valeur, le rectangle semble être un carré.

3) Validation des conjectures

a) Recherche de la fonction « aire »

On désigne par x la longueur *OH*.
On exprime la longueur *OK* en fonction de x, puis l'aire du rectangle *OHMK* en fonction de x.
Dans la page 5, on écrit cette dernière expression dans la ligne d'édition ($f1(x)$ =) et on valide par **ENTER**.
On vérifie que les courbes coïncident.

On obtient l'écran ci-contre.



b) Détermination des valeurs exactes

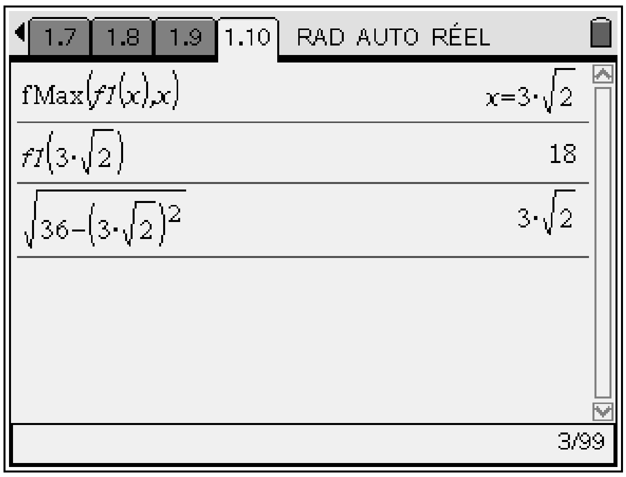
Il est possible d'effectuer deux recherches et validations différentes selon qu'on utilise ou non les possibilités de calcul formel de la calculatrice.

• Avec TI-Nspire CAS (calcul formel)

On demande de déterminer la valeur exacte de x correspondant au maximum et la valeur de ce maximum (page 9). Dans la page de calcul (page 10), la machine va alors donner les valeurs exactes et permettre de valider les conjectures (écran ci-contre).

On compare les valeurs de *OH* et *OK*, ce qui prouve que le rectangle *OHMK* qui a l'aire maximale est un carré.

[Voir les fichiers F1nProf_VarFonction_CAS.tns et F1nElev_VarFonction_CAS.tns]



• Avec TI-Nspire (sans calcul formel)

Il semble que le maximum soit 18 et que le rectangle correspondant soit un carré.
On demande alors (activité 2) quelle est la longueur du côté d'un carré d'aire 18. L'élève trouve $3\sqrt{2}$. Il constate que : $3\sqrt{2} \approx 4{,}24$.

On peut alors faire démontrer que, pour tout nombre réel x de [0 ; 6], on a : $x\sqrt{36 - x^2} \leq 18$.

En effet, sur [0 ; 6], $x\sqrt{36 - x^2} \leq 18 \Leftrightarrow 0 \leq x^4 - 36x^2 + 18^2 \Leftrightarrow 0 \leq (x^2 - 18)^2$.
Comme, de plus, pour $x = 3\sqrt{2}$, on obtient 18, on peut conclure.

[Voir les fichiers F1nProf_VarFonction_CAS.tns et F1nElev_VarFonction_CAS.tns]