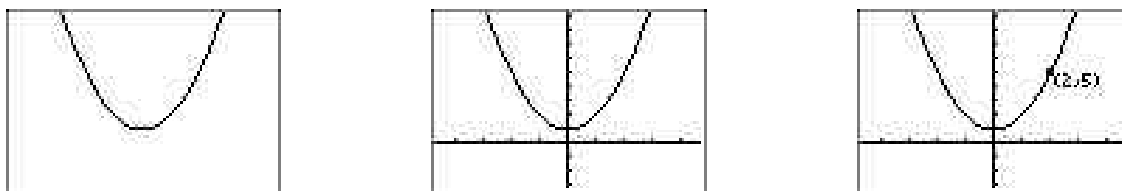


Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: "Razonamiento inverso"

En "La Caja de Pandora", Charlie usa un *algoritmo de deconvolución* basado en ondas para "desmanchar" una huella digital borrosa. Un algoritmo de deconvolución o "desmanchado" analiza la imagen, hace más nítidos los bordes y restablece los detalles—descubriendo así la imagen debajo del borrón.

Estas tres figuras simulan la imagen de la gráfica de una función que se aclara al aplicarse un algoritmo de "desmanchar".



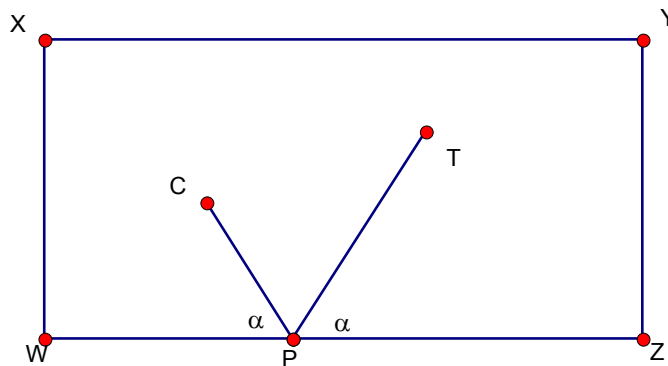
1.
 - a. Mirando solamente la primera imagen (a la izquierda), ¿qué puedes decir sobre la función?
 - b. Mirando solamente las primeras dos imágenes (izquierda y centro), ¿qué puedes decir sobre la función?
 - c. Mirando las tres imágenes, ¿qué puedes decir sobre la función?
 - d. ¿Puedes identificar la función positivamente después de mirar las tres imágenes? ¿Por qué sí o por qué no?

Hallar una función de "desmanchado" es un ejemplo de la resolución de un *problema inverso*. En términos generales, se describen los problemas inversos como aquellos en que se sabe la respuesta pero no la pregunta. En los problemas directos hallamos *efectos para las causas*. En los problemas inversos hallamos *causas para los efectos*. Típicamente, un problema inverso tiene más de una solución.

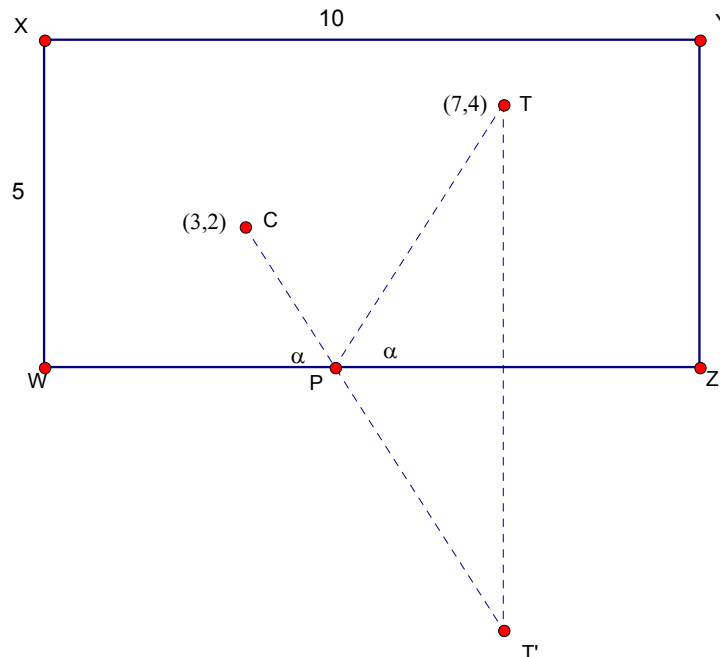
2. Considera el problema directo: "Halla la suma $40 + 41 + 42 + 43 + 44$ ".
 - a. Un problema inverso es: "Halla todas las maneras de escribir 210 como la suma de números enteros positivos consecutivos". ¿Cuántas soluciones tiene el problema?
 - b. ¿Cómo sabes que has encontrado todas las soluciones?

El *problema de dispersión* es uno de los problemas inversos más importantes en las ciencias. Algún tipo de señal se transmite, golpea un objeto (el dispersor) y rebota del objeto (se dispersa). Luego, se recoge la señal dispersa y las características del dispersor se infieren de la información contenida en la señal dispersa. Algunas aplicaciones conocidas son el radar, el sonar y la imaginería médica.

Una versión simplificada de un problema de dispersión inverso es el problema de la bola de billar. Cuando apuntando hacia P golpeamos la bola situada en C, esperamos que la bola vaya a T. Así, el problema directo es determinar el camino de la bola de C a T, conociendo el punto de impacto P, el cual también determina el ángulo de incidencia α . Un problema inverso es: Dada la ubicación de la bola antes (C) y después (T) de golpearla, determinamos el punto de impacto y el ángulo de incidencia usando el principio de reflexión (atribuido a veces a Herón). Los puntos C y T componen la "señal dispersa", mientras que el punto P (y el ángulo α) son el "dispersor".



Considera la situación de la bola de billar dada en la figura. La mesa mide 5 pies de ancho y 10 pies de largo. Supón que hay un sistema de coordenadas con origen W tal que Z = (10, 0) y X = (0, 5). Un problema inverso es: Dadas las posiciones inicial y final de la bola como C = (3, 2) y T = (7, 4), halla las coordenadas de un punto de impacto en un lado P y el ángulo de incidencia α .



Para determinar una posible ubicación de P usando el principio de reflexión, refleja T en uno de los lados y anota su ubicación T'. Traza el segmento CT'. La intersección de CT' y el lado WZ es un punto de impacto P. Luego $m\angle CPW = m\angle TPZ = \alpha$.

3. ¿Cuántas posibles ubicaciones hay para P?
4. Halla las coordenadas del punto P y la medida del ángulo α si la bola rebota del lado WZ como se indica en la figura.
5. Halla las coordenadas del punto de impacto y su ángulo de incidencia asociado si la bola solamente rebota del lado YZ para llegar a T.

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Para el estudiante

- En la situación con $C = (3, 2)$ y $T = (7, 4)$, halla las coordenadas del punto de impacto P restante y los ángulos de incidencia asociados.
- En la situación con $C = (3, 2)$ y $T = (3, 4)$, halla las coordenadas de todos los puntos de impacto posibles y los ángulos de incidencia asociados.
- Es posible que una bola golpee más de un lado al pasar de un punto a otro.
 - a. Supón que $C = (3, 2)$ y que la bola golpea los cuatro lados en el orden WZ, YZ, XY, XW al ir de C nuevamente a C . ¿Cuál es la distancia total recorrida por la bola?
 - b. En general, supón que $C = (x, y)$ y que la bola golpea los cuatro lados en el orden WZ, YZ, XY, XW al ir de C nuevamente a C . ¿Qué valores posibles habría para la distancia total recorrida por la bola?
- El método de Eratóstenes (276 a.C. – 194 a.C.) aplicado para estimar la circunferencia de la Tierra es un clásico problema inverso. Investiga su método y explica por qué es un ejemplo de un problema inverso.
- Hallar las raíces de una ecuación cuadrática es un problema directo. Un problema inverso asociado sería hallar una ecuación cuadrática (mónica) si se conocen sus raíces. Busca otros ejemplos de pares de problemas directo-inverso en tu curso de matemáticas.

Recursos adicionales

- Para más información sobre cómo se emplea el problema inverso para resolver crímenes, lee el artículo "Crime Fighting Maths" de Chris Budd en <http://plus.maths.org/issue37/features/budd/index-gifd.html>.
- El algoritmo de deconvolución y el problema inverso también se están empleando en la tecnología moderna. Para aprender más, lee el artículo "Hiding Messages in Plain Sight" en <http://news.bbc.co.uk/2/hi/technology/6361891.stm>.
- Para más información sobre problemas inversos, lee el siguiente libro:
Groetsch, Charles. *Inverse Problems*. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1999.