

EP 129 - 2009 : Recherche d'une stratégie de jeu

Auteur du corrigé : Alain SOLEAN

TI-Nspire™ – TI-Nspire™ CAS

Avertissement : ce document a été réalisé avec la version 1.7

Fichier associé : EP129_2009_Strategie.tns

1. Le sujet

Sujet 129 de l'épreuve pratique 2009 – Recherche d'une stratégie de jeu

Énoncé

On dispose de trois urnes, notées A, B et C, contenant chacune 10 jetons indiscernables au toucher :

- l'urne A contient 4 jetons noirs et 6 jetons blancs,
- l'urne B contient 7 jetons noirs et 3 jetons blancs,
- l'urne C contient 6 jetons noirs et 4 jetons blancs.

Le jeu consiste à extraire successivement un jeton dans chacune des trois urnes, le joueur pouvant choisir d'effectuer ces tirages soit dans l'ordre A puis B puis C, soit dans l'ordre A puis C puis B.

Lorsque le jeton extrait de la 2^e urne est d'une couleur différente de celui de la 1^{re}, le joueur gagne un point, sinon il perd un point.

Lorsque le jeton extrait de la 3^e urne est d'une couleur différente de celui de la 2^e, le joueur gagne un point, sinon il perd un point.

La partie est gagnée si le total des points marqués est égal à 2.

On se propose d'étudier si l'un des deux ordres de tirages proposés est plus favorable au joueur que l'autre.

1.

- a) À l'aide d'un tableur, simuler 500 parties de ce jeu, en choisissant l'ordre A puis B puis C, et afficher la fréquence des parties gagnées.
- b) Compléter la feuille de calcul par la simulation de 500 parties réalisées dans l'ordre A puis C puis B, et afficher la fréquence des parties gagnées.
- c) Réaliser ainsi 10 simulations de 500 parties dans chacune des deux stratégies de jeu envisagées et compléter le tableau par la fréquence des parties gagnées, exprimée sous forme décimale approchée à 0,01 près.

Simulation n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Première stratégie										
Deuxième stratégie										

Les résultats obtenus permettent-ils de conjecturer si l'une des deux stratégies de jeu envisagées est plus favorable que l'autre pour le joueur ?

2. Déterminer la probabilité de gagner une partie en appliquant l'une ou l'autre des stratégies de jeu. La conjecture émise est-elle validée ?

Production demandée

- Réalisation de la simulation.
- Réponse argumentée à la question 2.

Compétences évaluées

- Simuler une expérience aléatoire.
- Calculer des probabilités.
- Émettre une conjecture et la confronter au résultat théorique.

2. Corrigé

Remarque préliminaire : compte tenu de la taille des tableaux demandés, le « recalcul » prend du temps sur la calculatrice et le traitement de l'activité est plus agréable avec le logiciel.

1) Ecriture d'une fonction simulant le tirage d'un jeton dans l'une des trois urnes

Ouvrir une page **Calculs**.

Écriture d'un programme :   (**Fonctions et programmes**)  (**Editeur de programmes**)  (**Nouveau**) puis renseigner les items (Nom, choisir Fonction et laisser **Aucun** pour **Accès à la bibliothèque**).

n est la variable correspondant au nombre de jetons noirs dans l'urne (4 pour A, 7 pour B et 6 pour C).

a) Ouvrir une page **Tableaux & listes**.

Dans les cellules grisées des colonnes **A**, **B** et **C**, inscrire respectivement les formules :

=seq(tirage(4),t,1,500) (simulation de 500 tirages dans l'urne A).

=seq(tirage(7),t,1,500) (simulation de 500 tirages dans l'urne B).

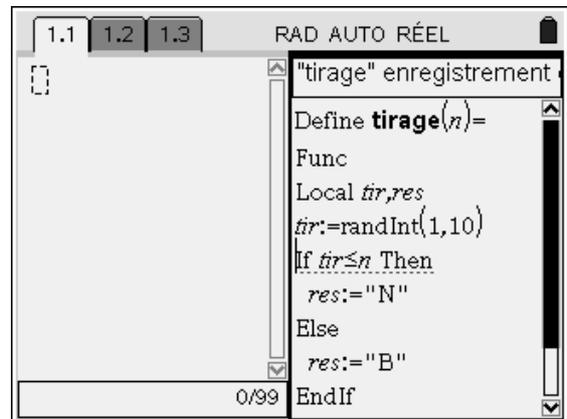
=seq(tirage(6),t,1,500) (simulation de 500 tirages dans l'urne C).

Nommer ces colonnes a, b, c (facultatif).

Dans la cellule **D1**, inscrire la formule :

=when(a1=b1,-1,1)+when(b1=c1,-1,1) qui représente le gain du joueur dans cette stratégie à l'issue des deux tirages. Recopier cette formule jusqu'à **D500**.

Nommer cette colonne (ci-contre **gain**).



	a	b	c	gain
1	N	N	B	0
2	N	N	N	-2
3	B	B	N	0
4	N	N	N	-2
5	N	B	N	2

Dans la cellule **E1** inscrire la formule :

=countif(gain,2)/500 donnant la fréquence de gain sur les 500 tirages (**gain** est le nom donné à la colonne **D**).

Si on désire un résultat décimal, il suffit d'ajouter un point à 500 ou se servir de la fonction approx.

b) Pour compléter la feuille de calcul avec les procédures de la stratégie 2, il suffit de créer la colonne donnant le gain dans l'ordre A, C, B la formule étant :

=when(a1=c1,-1,1)+when(c1=b1,-1,1)

(on nommera cette colonne),

puis la cellule donnant la fréquence obtenue dans cette stratégie.

Pour plus de clarté, dans ce document on a créé une nouvelle page (voir ci-contre)

c) Pour obtenir de nouvelles simulations il suffit de se placer sur une cellule vide et de taper  .

	tirc	gain1	gain2	fre...	G	H
1	B	-2	-2	freq1	0,266	
2	N	0	0	freq2	0,23	
3	B	0	2	-	1	
4	B	-2	-2	-		
5	B	2	0	-		

On peut obtenir les résultats :

Simulation n° :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Première stratégie	0,254	0,26	0,238	0,236	0,276	0,254	0,25	0,268	0,274	0,262
Deuxième stratégie	0,212	0,208	0,21	0,218	0,236	0,212	0,24	0,234	0,2	0,222

Il semblerait que la première stratégie soit plus favorable au joueur que la deuxième.

2)

Première stratégie : Pour gagner le joueur doit tirer :un jeton NOIR de l'urne A, puis un jeton BLANC de l'urne B, puis un jeton NOIR de l'urne C
ou

un jeton BLANC de l'urne A, puis un jeton NOIR de l'urne B, puis un jeton BLANC de l'urne C

soit une probabilité de gain de : $P_1 = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{240}{1000} = 0,24$.**Deuxième stratégie** : Pour gagner le joueur doit tirer :un jeton NOIR de l'urne A, puis un jeton BLANC de l'urne C, puis un jeton NOIR de l'urne B
ou

un jeton BLANC de l'urne A, puis un jeton NOIR de l'urne C, puis un jeton BLANC de l'urne B

soit une probabilité de gain de : $P_2 = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{7}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{220}{1000} = 0,22$.

La conjecture est donc validée.