

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

### Actividad NUMB3RS: El camino crítico

En "Final de la guardia" Charlie trata de comprender los caminos que posiblemente haya tomado un sospechoso de asesinato. Inicialmente, piensa usar la Optimización tipo Colonia de Hormigas, pero más tarde comprende que solamente estaba pensando en los caminos del sospechoso pero no en los de la víctima. Entonces Charlie les comenta el Análisis del Camino Crítico (ACC) como una manera matemática de hallar el modo más eficiente de completar una serie de tareas. En el caso de la víctima, esto fue el horario del día en que lo mataron.

Si bien Charlie se vale del ACC para analizar las actividades de la víctima, da el ejemplo de preparar una cena festiva. Según Charlie, "hay que preparar y cocinar cada parte de la cena en un orden específico y vigilarlas todas simultáneamente a fin de poder servir todo al mismo tiempo. De lo contrario, la comida estará fría o, peor aún, quemada. Por tanto, uno escoge el orden más eficiente para cocinar los alimentos".

A veces lo más difícil es identificar todas las tareas individuales. Supongamos que la siguiente tabla resume todas las tareas para preparar esta cena:

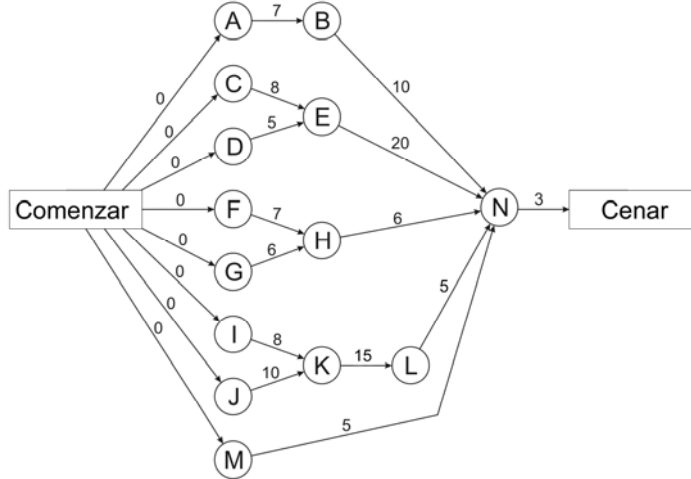
Rótulo tarea	Tarea	Tiempo (minutos)	Prerrequisito
Comenzar	Decidir comenzar	0	None
A	Tajar jamón	7	None
B	Calentar jamón en microondas	10	A
C	Pelar y cortar batatas	8	None
D	Derretir mantequilla y azúcar	5	None
E	Cocinar batatas	20	C, D
F	Lavar y cortar vainitas	7	None
G	Calentar agua para vainitas	6	None
H	Cocinar vainitas	6	F, G
I	Pelar y cortar papas	8	None
J	Calentar agua para papas	10	None
K	Cocinar papas	15	I, J
L	Majar y sazonar papas	5	K
M	Poner la mesa	5	None
N	Servir la cena	3	B, E, H, L, M
Cenar	Fin de preparativos	0	N

("Prerrequisito" es la última tarea(s) que debe(n) completarse antes de comenzar ésta).

1. Antes de seguir adelante, determina cuál es, a tu parecer, el tiempo de conclusión mínimo para terminar de preparar la cena. Explica tu razonamiento.

Usando la tabla, el siguiente paso es organizar todas las tareas. Un modo de hacerlo es con una gráfica dirigida (las aristas van en una sola dirección).

Cada vértice representa una tarea. Cada arista conecta una tarea con la tarea (o tareas) que vienen enseguida. El valor de cada arista que sale de cada vértice (llamado su peso) es el tiempo que tarda en completarse cada tarea.



- Empezando en Comenzar, recorre la gráfica para hallar el primer momento de comenzar (PMC) cada tarea (tiempo de "Comenzar" = 0). Es decir, halla el tiempo necesario para completar todas las tareas que sean prerequisite directo. Anota los tiempos en la tabla después de la Pregunta #4. En la gráfica, destaca o marca cada arista empleada para un PMC. Nota que la tarea E puede comenzar al minuto 8.
- El PMC para la tarea E. ¿Por qué es 8 y no 5? (La respuesta a esta pregunta es esencial para determinar el PMC de las tareas H, K y especialmente N).

Identifica el único camino que destacaste que va desde Comenzar hasta Cenar. Este es el *camino crítico* y su tiempo total representa el tiempo de conclusión mínimo para la cena.

- ¿Cuáles son las tareas en el camino crítico y cuál es el tiempo total? ¿Cómo se comparan estas respuestas con tu respuesta a la Pregunta #1?

**Tareas**

	Comenzar	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Cenar
<b>PMC</b>						8										
<b>UMC</b>																

- Trabaja a la inversa sobre la gráfica empezando en Cenar para determinar el último momento de comenzar (UMC) cada tarea *fuera* del camino crítico. En otras palabras, determina el último momento en que puede comenzarse cada tarea para asegurar que todos los preparativos terminarán al mismo tiempo.
- Esta cena consta de cinco sub-proyectos (caminos) que van desde Comenzar hasta Cenar: el jamón, las batatas, las vainitas, las papas y poner la mesa. Si se va a servir a las 6:00 PM en punto, ¿en qué momento debe comenzar cada sub-proyecto?
- ¿Crees que es posible preparar esta cena en el tiempo de conclusión mínimo con solamente una persona? Si no es así, ¿cuál es el número mínimo de cocineros que se necesitan? En cualquier caso, elabora un horario de tareas para completar la cena en el tiempo mínimo.

*El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.*

## Extensiones

### Introducción

La última pregunta en esta actividad conduce a un problema matemático diferente llamado el "problema del horario para máquinas". En esta actividad, los cocineros son las "máquinas". Aunque hay algoritmos para resolver el problema, éstos encierran varias premisas, siendo la primera que cuando una máquina comienza una tarea, no hace nada distinto hasta que la tarea se complete. Estos algoritmos también se basan en la idea de decidir el número de máquinas *primero*.

En el caso de la cena festiva es muy razonable que un cocinero empiece una tarea (como poner a hervir el agua) y luego haga otra cosa y regrese cuando el agua está hirviendo. El problema con esto es que el hecho de pasar de una tarea a otra en sí toma tiempo, lo cual aumente el tiempo total para el proyecto. También hay muchas variables humanas para tener en cuenta, como la fuerza y la fatiga, el manejo de diferentes alimentos sin lavarse las manos primero, etc. Esto significa que podría haber muchas soluciones posibles para el "problema de preparación de una cena festiva".

### Para el estudiante

Las otras premisas en el problema del horario para máquinas son:

- Si hay una tarea y una máquina, la máquina comenzará a hacerla de inmediato.
- Las tareas se han ordenado según los prerrequisitos, como en esta actividad.
- Las tareas también figuran en su orden de importancia, independientemente del orden en que deben cumplirse.

Entre los algoritmos para resolver problemas de horarios para máquinas se cuentan:

- Preparación de la lista: En cualquier momento, se asigna a la máquina de número más bajo la primera tarea en la lista de importancia para la cual se hayan completado todos los prerrequisitos.
- Reducir el tiempo: Usar el algoritmo de preparación de la lista pero disponer las tareas en orden decreciente al tiempo necesario para cumplirlas.
- El camino más largo: Siempre que una máquina esté libre, comenzarán la tarea disponible que tenga el camino más largo desde el final del proyecto.

Aplicando las premisas anteriores, ensaya estos algoritmos en el problema de la cena festiva para uno, dos o más cocineros.

### Recursos adicionales

Para lecciones sobre el ACC y problemas de horarios para máquinas apropiados para estudiantes de secundaria, ver el Capítulo 3 de For All Practical Purposes, W.H. Freeman, NY, 2006.

La American Mathematical Society ofrece un resumen completo de estos problemas, junto con el problema más general llamado "empaquete en recipientes" (como la asignación de comerciales de TV durante pausas en la programación), en:

**<http://www.ams.org/featurecolumn/archive/packings1.html>**