Rektangel under andragradskurva

Mål för aktiviteten

Att studera förändringar hos rektangelarean för en rektangel ”inskriven” under en andragradskurva.

Nödvändiga förkunskaper

Känna till derivatans egenskaper. Ha god erfarenhet av att använda TI-Nspire: kunna placera punkter på en given linje, konstruera en linje vinkelrät mot en given linje och bestämma skärningspunkter.

Uppgift

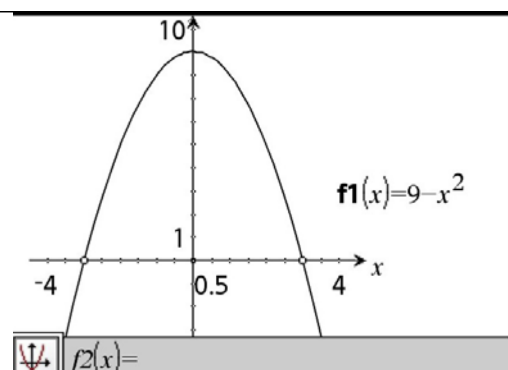
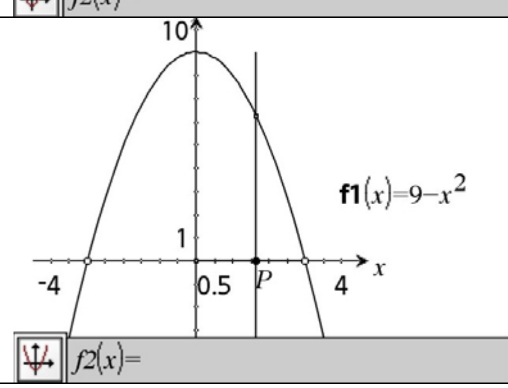
En rektangel har två hörn på x-axeln och två på kurvan $y = 9 - x^2$. Undersök hur arean av rektangeln förändras då rektangelns hörn flyttas.

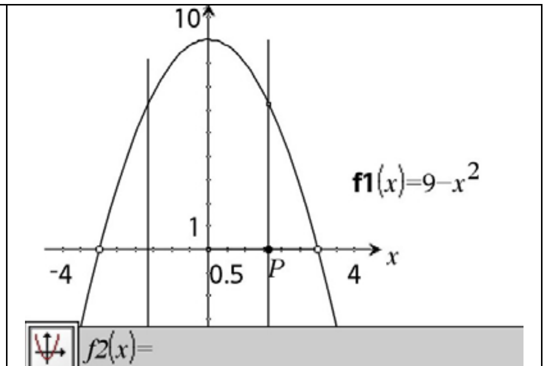
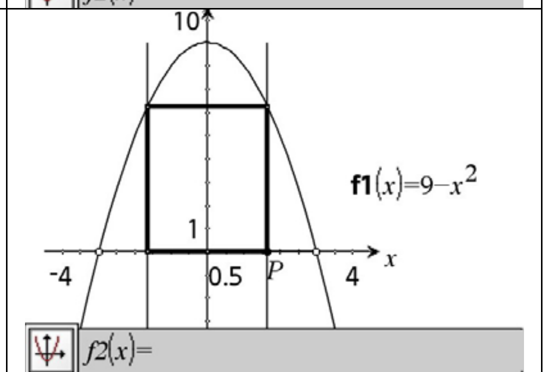
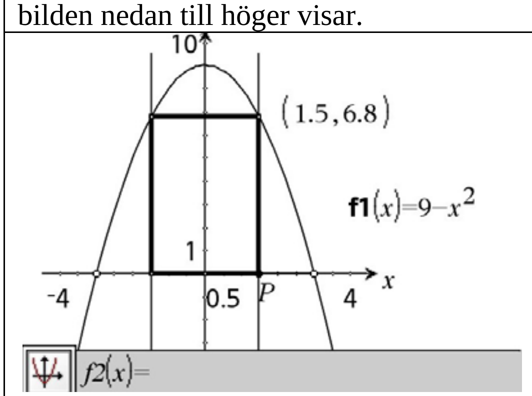
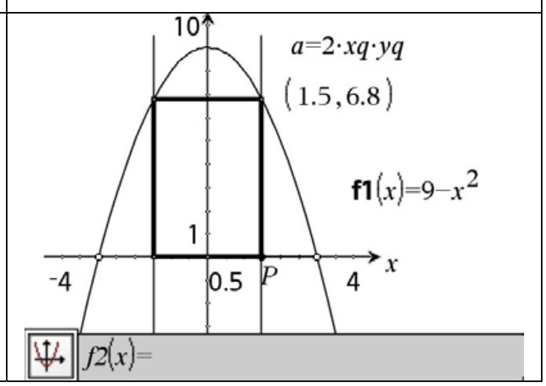
Genomförande

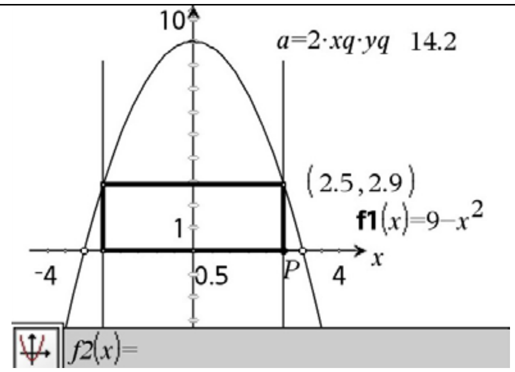
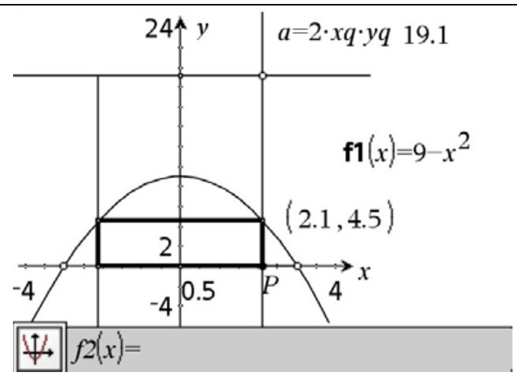
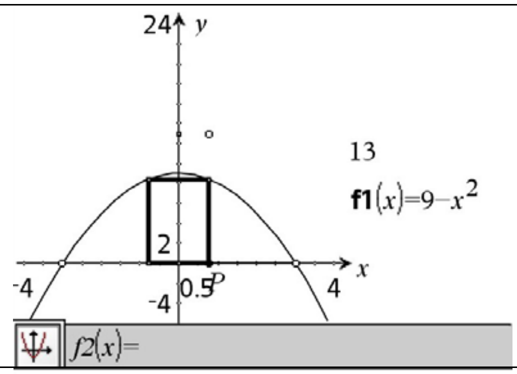
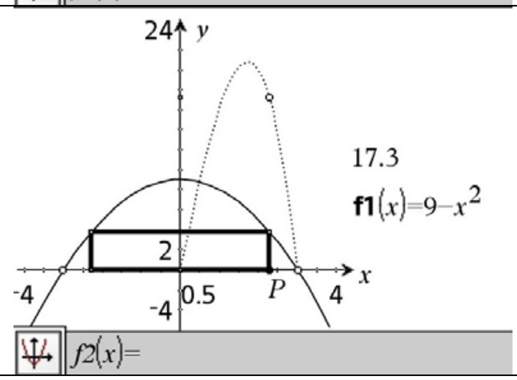
Skicka filen ”Aktivitet11_RektangelOchgrad_CAS_student_SV.tns” till elevernas räknare. I denna fil finns steg för steg anvisning till eleverna för att genomföra undersökningen. Handhavandet av de moment, som beskrivs under ”Nödvändiga förkunskaper”, är dock inte beskrivna i detalj.

Lärarstöd

En fullständig lösning till uppgiften finns i ” Aktivitet11_RektangelOchgrad_CAS_lösning_SV.tns”. Innehållet i denna redovisas översiktligt nedan med kommentarer.

Eleverna öppnar en sida med Grafer & Geometri. Därefter definieras andragradsfunktionen $f1(x) = 9 - x^2$ Koordinatsystemet justeras så att grafens intressanta delar blir tydligt synliga. Skärningspunkterna mellan kurva och x-axeln bestäms. Markörerna för dessa ändras så att de syns tydligare (*Attribut*). Använd *Segment* att placera en sträcka mellan origo och nollstället x=3.	
Placera en punkt på sträckan (*Punkter och linjer, Punkt på*) och döp den till P. Konstruera en linje vinkelrät mot x-axeln genom P (*Vinkelrät*). Bestäm skärningspunkten mellan linjen och kurvan. Se bild! Låt eleverna kontrollera att de gjort rätt genom att flytta P. Vid korrekt konstruktion ska punkten enbart kunna röras mellan origo och nollstället x=3.	

<table>
<tr>
<td>Spegla linjen i y-axeln. Detta utförs med Reflektion. Eleverna ska först klicka på ”spegeln”, dvs y-axeln och sedan linjen. Genom denna konstruktion kommer den speglade linjen att följa rörelserna hos linjen genom P. Kontrollera!</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Konstruera rektangelns sidor genom att använda Segment. Se till att hörnen väljs korrekt i de avsedda punkterna, som ”lyser upp” då markören förs intill.
Använd Attribut att förstärka de sträckor som är rektangelsidorna. Se bild.
Ta fram koordinaterna för det övre högra hörnet. Se bild nedan till vänster.
Skriv med hjälp av textverktyget, Text, in en formel för beräkning av rektangelns area. Tryck enter efter inmatningen.
Koordinaterna är döpta till (xq , yq) som bilden nedan till höger visar.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Beräkna rektangelns area med hjälp av Beräkna. Klicka först på formeln. När markören flyttas ut ur formeln efterfrågas värdet på xq med Markera xq?. Klicka då på x-koordinaten (i bilden 2.5). Klicka sedan på yq (i bilden 2.9). Placera det beräknade värdet till höger om sambandet (här 14.2). Undersök hur värdet förändras då punkten P flyttas längs x-axeln. Vilken area tycks maximal?	
Använd *Mätningsöverföring* till att överföra mätvärdet till y-axeln. Klicka först på mätvärdet sedan på y-axeln. Justera koordinatsystemet så att värdet blir synligt. Konstruera en linje vinkelrät mot y-axeln genom punkten på y-axeln. Bestäm skärningspunkten mellan denna linje och den vertikala linjen genom P. Förstärk markören för skärningspunkten med *Attribut*.	
Dölj onödiga objekt, konstruktionslinjer och koordinater med *Dölj/Visa*. Studera hur markören följer areafunktionen då punkten P flyttas.	
Bestäm orten för punkten då P flyttas med hjälp av *Ort*. Klicka först på punkten sedan på punkten P. I bilden har kurvan gjorts prickad med *Attribut*. Vilken är den maximala arean? Nu är den numeriska bestämningen avslutad och vi går över till den exakta.	

Öppna en sida med Calculator. Definiera funktionen area(x). Definiera dess derivata area_der(x). Bestäm derivatans nollställen. Bestäm värdet av areafunktionen i det högra nollstället. Visa att det är ett maximum t ex med hjälp av andraderivatan.	Define $area(x)=2\cdot x\cdot f1(x)$ *Klar* Define $area\_der(x)=\frac{d}{dx}(area(x))$ *Klar* $\text{solve}(area\_der(x)=0,x)$ $x=^-\sqrt{3}$ or $x=\sqrt{3}$ $area(\sqrt{3})$ $12\cdot\sqrt{3}$ $\left(\frac{d^2}{dx^2}(area(x))\vert x=\sqrt{3}\right)<0$ true 9/99

Kommentarer till den exakta bestämningen

Observera att eleverna inte explicit behöver ta fram vare sig funktionen för arean eller dess derivata. Det som är viktigt för dem är att förstå hur man går till väga, dvs de steg som har tagits ovan. Sedan kan man ju diskutera om det verkligen är nödvändigt att verifiera att det rör sig om ett maximum. Den tidigare undersökningen har tydligt visat detta redan.