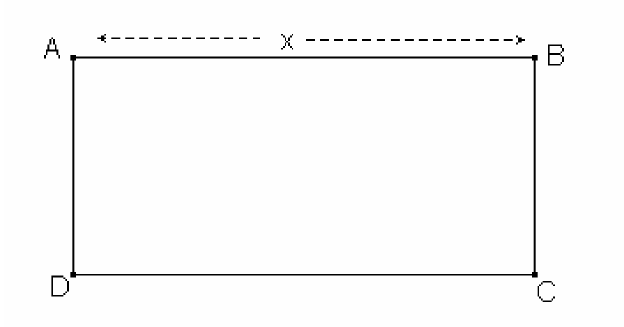
APLICACIONES EN LAS FUNCIONES CON LA TI-84 PLUS

Profesor: Marco Barrales



MINÍMO DE UNA FUNCIÓN

1. Siendo la unidad de longitud el centímetro, consideremos un rectángulo ABCD de área 16 cm^2. Sea la longitud del lado AB, medido en centímetros, igual a x (ver figura)

a) Demostrar que la longitud del lado AD es igual a $\dfrac{16}{x}$.

b) ¿Cuánto puede valer x ?

A todo valor estrictamente positivo x se le asocia $f(x)=\dfrac{16}{x}$. De esta forma hemos definido una función de dominio $]0,+\infty[$ y de recorrido IR. Es decir:

$$f :]0,+\infty[\to IR$$
$$x \to \frac{16}{x}$$

c) Completar la tabla de valores siguientes:

x	0.5	1	2	3	4	5	6	10	16	32
$f(x)$										

d) Representar los puntos de coordenadas $(x, f(x))$ que figuran en la tabla anterior.

e) A partir de esos puntos, trazar la curva haciendo variar x en el intervalo $[0.5, 32]$

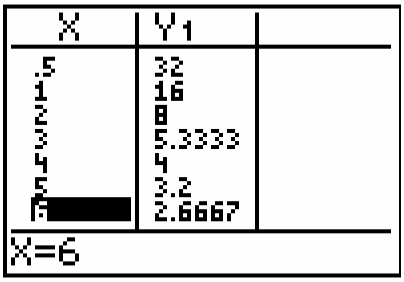
f) Asociar, para cada valor de x, el perímetro $p(x) = 2x + \dfrac{32}{x}$.

g) Representar la función p definida por $p(x) = 2x + \dfrac{32}{x}$

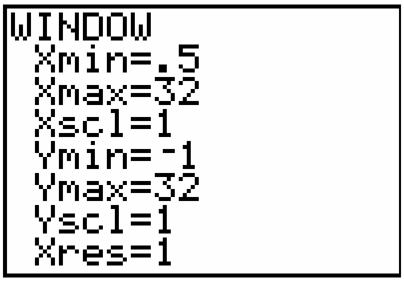
h) Observando esta curva, ¿se puede encontrar un valor de x para el cual $p(x)$ sea mínima?

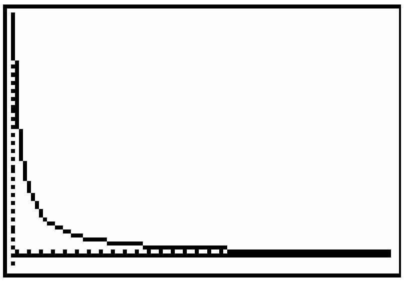
Solución.

La calculadora nos permite rellenar rápidamente la tabla de la pregunta c). Para empezar, definamos la función utilizando la tecla o . A continuación, se calculan los valores pedidos mediante [2nd] [TBLSET] y [TABLE]:

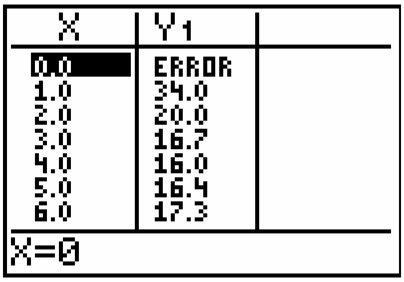


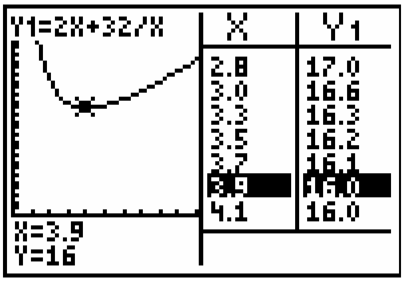
Para representar la función. Comenzamos por ajustar la ventana con la ayuda del menú [WINDOWS]. Posteriormente, pulsando [GRAPH], se obtiene la representación gráfica.



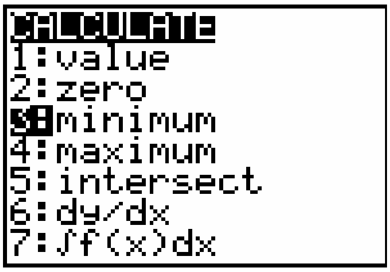


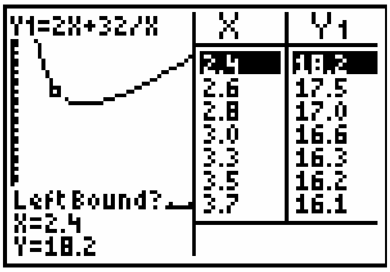
Para la pregunta f), intentamos representar directamente la función $p(x)$.
Puesto que la variable x únicamente toma valores positivos, nos limitamos a IR $^{+}$.

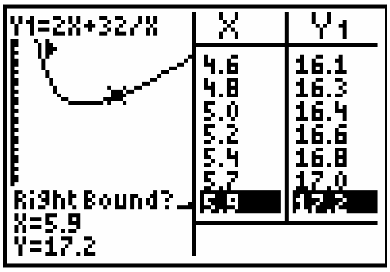


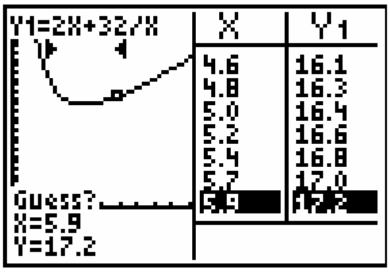


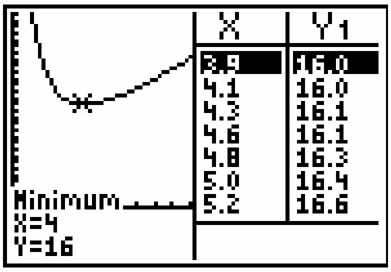
Hallamos el mínimo de la función









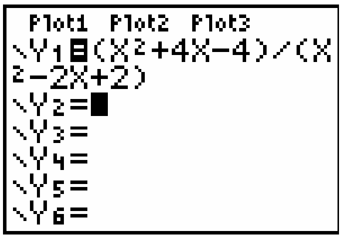


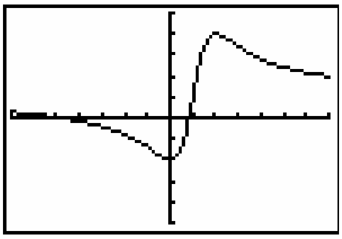
Se alcanza el mínimo para $x = 4$ e $y = 16$.

OBTENCIÓN DE UN CENTRO DE SIMETRÍA

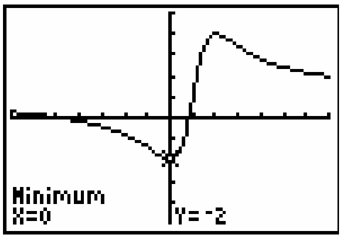
Demostrar que la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x - 4}{x^2 - 2x + 2}$ admite un centro de simetría.

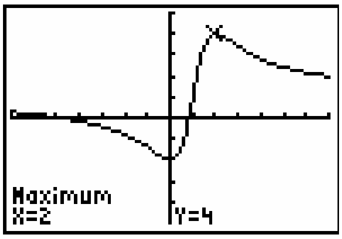
Solución: Se puede comenzar por construir la curva:



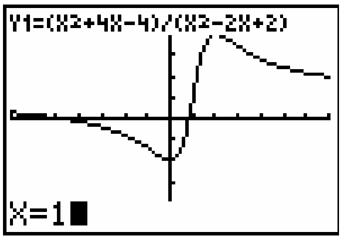


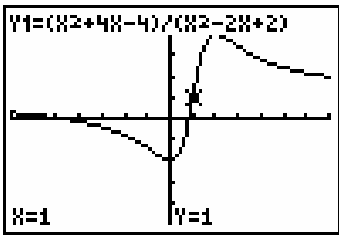
A continuación, vamos a obtener el mínimo y el máximo de la función.



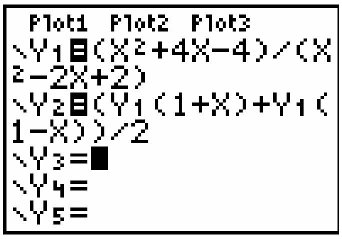


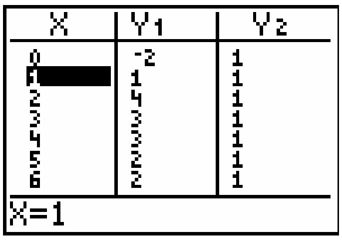
Falta calcular el punto medio de estos dos puntos. Nos situamos en el modo [TRACE] y le pedimos a la TI-83 Plus S.E: que se sitúé en el punto de abscisa 1.





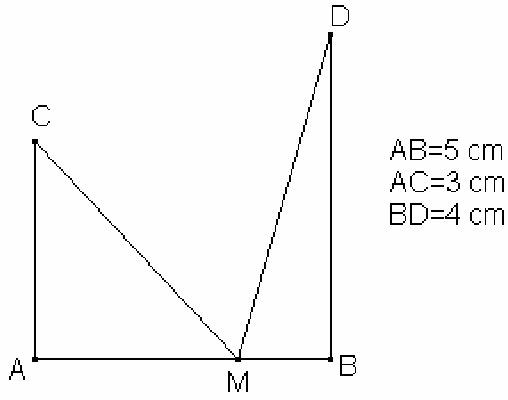
Falta, por último, comprobar que este punto es, en efecto, el centro de simetría. Comprobamos que: $\dfrac{f(1+x) + f(1-x)}{2} = 1$





ESTUDIO DE UNA ECUACIÓN LIGADA A UN PROBLEMA GEOMÉTRICO

Consideremos la figura siguiente:



AB y *AC* son perpendiculares. *AB* y *BD* son perpendiculares.
¿Dónde podemos situar M sobre *AB* para que *MC* = *MD*?

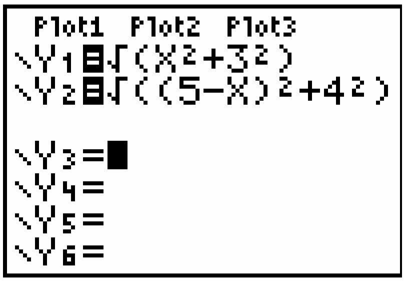
Solución. Llamamos $x = AM$. Por lo tanto $BM = 5 - x$.

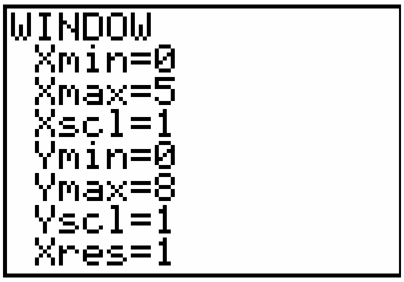
$CM^2 = x^2 + 3^2$ $MD^2 = (5-x)^2 + 4^2$

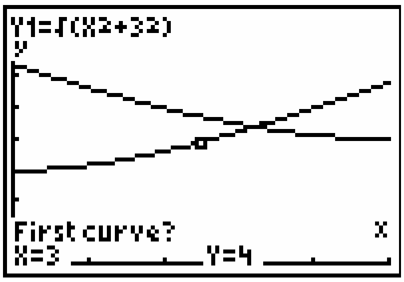
Vamos a representar las dos funciones definidas por

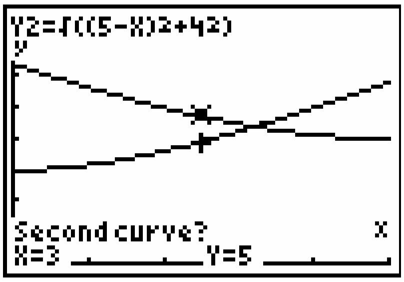
$f : x \to \sqrt{x^2 + 3^2}$ $g : x \to \sqrt{(5-x)^2 + 4^2}$

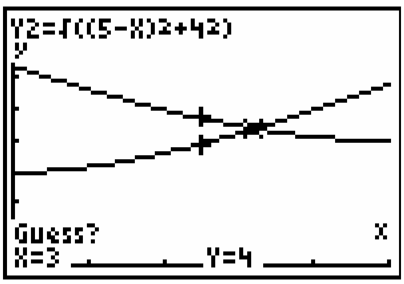
La abscisa del punto de intersección de esas dos curvas nos dará el valor de *AM* elegido. La ordenada será igual al valor común de *MC* y *MD*.

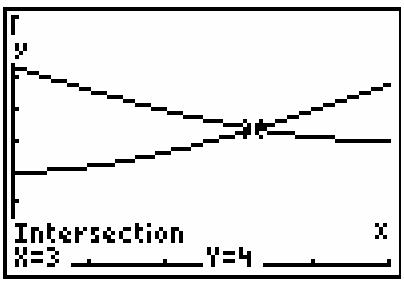












Hemos obtenido *AM* =3,2 cm

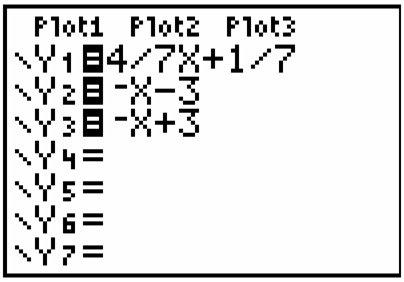
RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA NO LINEAL

Resolver el sistema con dos incógnitas: $\begin{cases} 4x - 7y = -1 \\ (x+y)^2 = 9 \end{cases}$

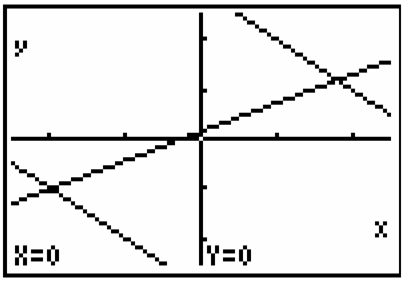
Análisis del problema. La segunda ecuación del sistema puede escribirse: $(x+y)^2 - 9 = (x+y-3)(x+y+3) = 0$

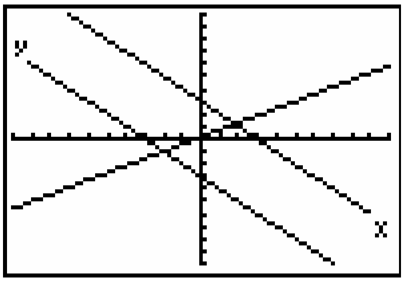
El sistema es pues equivalente a dos sistemas de ecuaciones:

$\begin{cases} 4x - 7y = -1 \\ x + y = -3 \end{cases}$ y $\begin{cases} 4x - 7y = -1 \\ x + y = 3 \end{cases}$



Resolución Gráfica.
Introducimos las tres funciones:
Con la tecla [GRAPH] hacemos la representación de las tres rectas.
Un [ZOOM] In nos permite ver mejor los dos puntos de intersección, y aumnetar la precisión para la operación siguiente.





Determinaremos gráficamente el punto de intersección de las rectas 1 y 2 pues las coordenadas corresponden a la solución del primer sistema.

La solución es pues el par $(-2\ -1)$.
Hacemos lo mismo con las rectas 1 y 3. Obtenemos: (1.82, 1.18)