

Nombre _____ Fecha _____

Actividad NUMB3RS: Pensamientos al azar

En "Índice de quema", Charlie le ayuda al FBI a investigar una serie de envíos de bombas por correo dirigidas a víctimas aparentemente sin relación entre sí. El FBI identifica un posible sospechoso cuando Charlie analiza ciertos patrones en la serie de atentados. Pero más tarde se da cuenta de que los datos son demasiado perfectos. Las líneas del domicilio del sospechoso a cada punto de datos forman ángulos iguales, resultado que le parece demasiado exacto para ser coincidencia. Lo llama "una tormenta de datos perfecta, un fenómeno improbable". Charlie le explica el concepto a Don colocando sobre una mesa cuatro pernos que forman un cuadrado. "Si deseas formar un cuadrado, sólo necesitas cuatro puntos, ¿verdad?". colocando otros dos pernos en cada arista del cuadrado, prosigue: "No necesitas ocho más, y sin embargo, eso es precisamente lo que tengo. Más datos de los necesarios y todos encajan perfectamente". En esta actividad, vas a investigar eventos aleatorios.

Monedas, agrupaciones y aleatoriedad

¿Qué es aleatorio? Algunas personas confunden los eventos parejos por aleatorios. Considera la tarea de lanzar una moneda 25 veces. La mayoría de las personas están seguras de que la secuencia de resultados será cara y sello en números más o menos iguales. ¿Pero cómo será la distribución?

1. Considera primero la probabilidad de una secuencia exacta de 25 lanzamientos. A continuación hay tres secuencias posibles. ¿Son más probables unas que otras? ¿Cómo se comparan las probabilidades de cada secuencia?

- (1) C S C S C S C S C S C S C S C S C S C S C C S C S
- (2) C S S C C S S C S S S S S C S C C S S C S C S C C
- (3) S S S S S C S S S S S S S S S S S S S S S S S S C

Ahora explica el formato general de las anteriores secuencias. La primera secuencia alterna entre cara y sello casi exclusivamente y la última secuencia es casi todo sello. Hay diferentes secuencias posibles con los mismos patrones; por tanto quizá no sea igualmente probable que ocurra una secuencia con esos formatos generales. Una secuencia con resultados exactamente alternos o con cara exclusivamente no son muy probables y son ejemplos de los datos "perfectos" a los cuales se refiere Charlie en este episodio.

Para ahondar más en el concepto de aleatoriedad, investiga las series de cara o de sello dentro de una secuencia. Lanza una moneda 25 veces y anota la secuencia buscando series de cara o sello.

2.
 - a. ¿Tiene tu secuencia al menos una serie de cuatro o más seguidos?
 - b. Repite el experimento o compila datos de la clase. ¿Con qué frecuencia hubo series de por lo menos cuatro seguidos?
 - c. Examina las secuencias dadas por el profesor. Unas fueron generadas por compañeros de clase y otras por personas que intentaban "inventar" una secuencia aleatoria de lanzamientos de la moneda. Según tus resultados de 2b, ¿puedes identificar las secuencias que probablemente se inventarán?

Tus experimentos indicaron que una serie de cuatro o más es un hecho bastante frecuente cuando se lanza una moneda 25 veces. El cálculo de la probabilidad teórica en cuestión implica un concepto llamado ensayos de Bernoulli. (Hay un enlace en la sección de extensión). Se pueden calcular las probabilidades para un número menor de lanzamientos de moneda haciendo una lista de los casos posibles.

3.
 - a. ¿Cuántas secuencias diferentes son posibles si se lanza una moneda cuatro veces?
 - b. ¿Cuántas de las secuencias generadas en 3a tienen una serie de cuatro caras o cuatro sellos?
 - c. Aplica los resultados de 3a y 3b para determinar la probabilidad de una serie de cuatro si se lanza una moneda cuatro veces.
4.
 - a. Cuántas secuencias diferentes son posibles si se lanza una moneda cinco veces?
 - b. Cuántas de las secuencias generadas en 4a tienen una serie de cuatro caras o cuatro sellos?
 - c. Determina la probabilidad de una serie de al menos cuatro caras o cuatro sellos si se lanza una moneda cinco veces.
5.
 - a. Determina la probabilidad de una serie de al menos cuatro caras o cuatro sellos si se lanza una moneda seis veces.
 - b. Determina la probabilidad de una serie de al menos cuatro caras o cuatro sellos si se lanza una moneda siete veces.
 - c. ¿Cuál parece ser la tendencia general para la probabilidad de una serie de al menos cuatro caras o cuatro sellos al aumentar el número de lanzamientos?

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Los monos y Hamlet

Un problema matemático bastante famoso pide colocar un mono ante un teclado y dejar que golpee las teclas al azar. Dado suficiente tiempo, el mono acabará por escribir todas las combinaciones de teclas posibles, produciendo así todas las palabras y oraciones posibles. Si eres muy paciente, el mono producirá el texto completo de Hamlet. Claro está que necesitarás muchísima paciencia. El sitio web http://www.heartofmath.com/resources/sample_explorations/nav/frames_5.html ofrece la oportunidad de explorar este concepto en una escala menor. Con menos teclas que un teclado estándar, puedes ingresar una palabra posible y ver cuántos golpes de tecla al azar se necesitan para producir tu palabra.

Ordenación de puntos

Para explicar la "perfección" de los datos que Charlie está analizando, él ordena doce puntos para formar un cuadrado. Sin mirar su descripción, ¿puedes hallar cómo hacerlo? Mira cuando estés listo. Las preguntas siguientes son semejantes a acertijos de lógica. Cada uno pide marcar puntos en un papel. Para pistas y soluciones, mira el sitio web:

<http://mathforum.org/k12/k12puzzles/rosebush.puzzle1.html>

- Marca siete puntos en seis líneas con tres puntos en cada línea.
- Marca diez puntos en cinco líneas con cuatro puntos en cada línea.
- Marca diecinueve puntos en nueve líneas con cinco puntos en cada línea.

Recursos adicionales

El experimento de lanzamiento de la moneda es un ejemplo de un ensayo de Bernoulli. Encuentras más información sobre los ensayos de Bernoulli y distribuciones en los siguientes dos sitios web.

- <http://mathworld.wolfram.com/BernoulliDistribution.html>
- <http://www.mathpages.com/home/kmath341.htm>