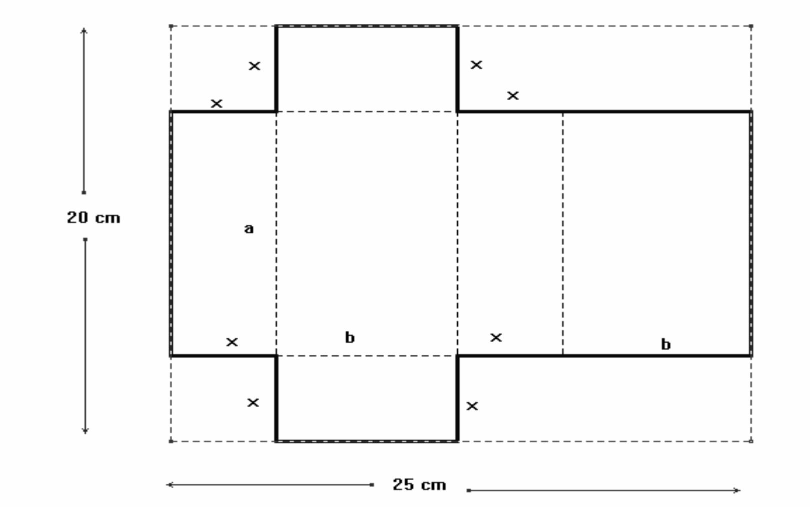
Aplicación de Máximo y Mínimo

Profesor: Marco Barrales

Problema de Aplicación

Tome una hoja de cartón de medidas 20 cm. por 25 cm. y recorte cuadrados de x cm. por x cm. en dos esquinas. Recorte rectángulos de x cm. por 12.5 cm. en las otras dos esquinas. Pliegue el papel de cartón para formar una caja con tapa. ¿Para qué valor de x se obtiene el máximo volumen $V(x)$ de la caja?. Utilice tablas y gráficos para hallar la solución.



Solución: Realizaremos un esquema (dibujo) de la situación a maximizar.

Del diagrama obtenemos las siguientes relaciones:

$a + 2x = 20$ y $2b + 2x = 25$, si despejamos a y b respectivamente obtenemos:
$a = 20 - 2x$; $b = 12.5 - x$.

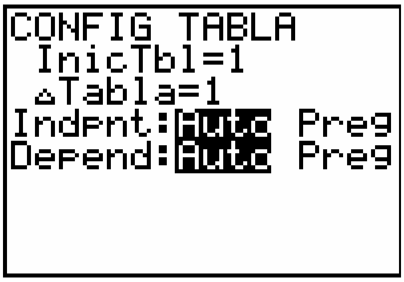
Con esta información expresamos el volumen de la caja de la siguiente manera:
$V = f(x) = x \cdot (20 - 2x) \cdot (12.5 - x)$.

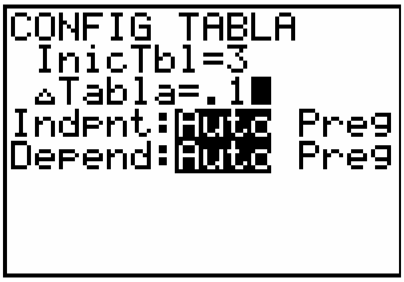
Analizaremos una tabla para observar el cambio de volumen con los respectivos cortes:

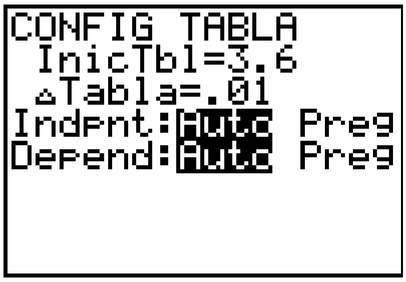
X	Y1	
0	0	
1	207	
2	336	
3	399	
4	408	
5	375	
6	312	

X=0

De lo cual determinamos que el valor máximo se encuentra entre 3 y 4 cm. Podemos modificar el incremento de la tabla para un valor más preciso.

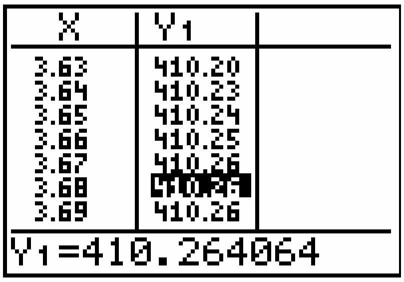






La solución se encuentra entre 3.6 y 3.7, para buscar, "tantear" un número más aproximado haremos un incremento de 0.01.

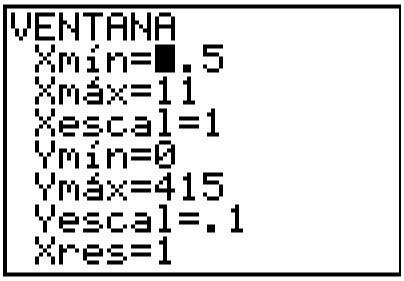
Con lo cual podemos concluir que si hacemos un corte de 3.68 cm. obtenemos un volumen máximo para nuestra caja. ¿Es necesario una aproximación tan exacta? ¿Podremos cortar con una tijera en 3.68 cm?

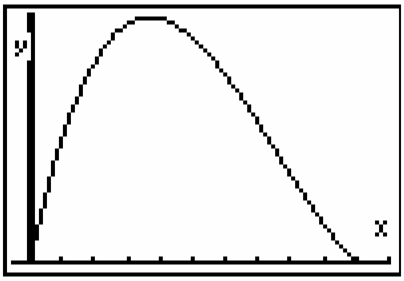


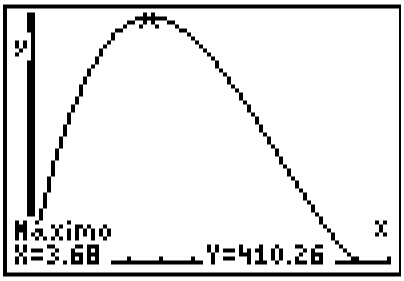
X	Y_1	
3.63	410.20	
3.64	410.23	
3.65	410.24	
3.66	410.25	
3.67	410.26	
3.68	[illegible]	
3.69	410.26	

Y_1=410.264064

Veamos ahora el gráfico de la situación. Cuidado, debemos ajustar la escala, según la situación problemática.







¿Qué podemos concluir de la gráfica? ¿Qué sucede en el valor 10 cm?

Unos Ejemplos para Uds.

- ✓ La Caja de Cartón: De una lámina de cartón cuadrada, de 24 cm. de lado, queremos fabricar una caja sin tapa. Podemos hacerla recortando cuadrados en las esquinas y doblando por los lados. Si queremos que la caja tenga el máximo volumen posible, ¿De qué tamaño serán los cuadraditos que se corten?

- ✓ Rectángulos: Toma una hoja de papel cuadriculado y recorta todos los rectángulos que puedas de área 36 unidades cuadradas (tomando como unidad uno de los cuadritos) y que tengan longitudes enteras de sus lados.

a) ¿Cuántos rectángulos puedes recortar?. Considera tanto el de base 4 como el de 9.

b) Anota en una tabla la base, la altura y el perímetro de cada uno. ¿Encuentras alguna relación entre la base y la altura?

c) Pega todos los rectángulos obtenidos en una hoja de papel, uno sobre otro, de manera que la base quede en una misma línea horizontal, la altura en una misma línea vertical y el vértice inferior izquierdo en el mismo punto. Une mediante segmentos los vértices superior derecho de los rectángulos.
d) Representa gráficamente la relaciona base - perímetro.

- ✓ El rectángulo más barato: Nos interesa encontrar el “el rectángulo más barato”, es decir el de menor perímetro entre todos aquellos que tiene la misma área.

- ✓ Graficar: $y = \dfrac{1}{x^2 + 6x + 10}$; $x \in IR$. Comprobar, gráficamente, que su dominio es IR y su recorrido]0,1].

- ✓ Dada la función real $y = \dfrac{2 - 3x}{x^2 + 3x + 3}$, determinar, usando su gráfica:

a) Su dominio y recorrido.
b) Su intersección con el eje X y con el eje Y.
c) Las coordenadas de sus máximo(s) y mínimo(s).