EP066 – 2008 : Suite aléatoire

Auteurs du corrigé : France et Michel Villiaumey **TI-Nspire™ CAS**

***Avertissement** : ce document a été réalisé avec la version 1.4 ; il est disponible dans sa version la plus récente sur notre site http://education.ti.com/france, menu Ressources pédagogiques.*

Fichier associé : EP066_2008_SuiteAléatoire.tns

1. Le sujet

Sujet 066 de l'épreuve pratique 2008 – Suite aléatoire

Enoncé

On considère une suite (S_n) définie par le lancer d'une pièce équilibrée de la façon suivante :

$$S_0 = 0 \text{ et } \begin{cases} S_{n+1} = S_n + 1 \text{ si on obtient PILE} \\ S_{n+1} = S_n - 1 \text{ si on obtient FACE} \end{cases}$$

On note A_n l'événement « obtenir $S_n = 0$ »

On s'intéresse à la probabilité de réaliser l'événement A_n pour un entier n non nul donné.

Étude expérimentale

1. En utilisant un tableur, effectuer une simulation donnant les 11 premiers termes de 1 000 suites définies de la même façon que (S_n). Existe-t-il des valeurs de n pour lesquelles l'événement A_n est impossible ? Justifier votre réponse.

2.

a) Donner les fréquences d'apparition de l'événement A_n pour n variant de 1 à 10.

b) Faire d'autres simulations de même taille pour compléter le tableau suivant :

Fréquences d'apparition de A_n										
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Simulation n° 1										
Simulation n° 2										
Simulation n° 3										
Simulation n° 4										
Simulation n° 5										

Étude mathématique

3. Déterminer les probabilités de réaliser les événements A_2, A_4 et A_6.

4. Donner une expression de $p(A_n)$ en fonction de la parité de n.

Production demandée

- Présentation orale des premiers termes des suites ouis du tableau des fréquences des 5 simulations ;
- Calcul de $p(A_2)$, $p(A_4)$ et de $p(A_6)$;
- Justification de la méthode de calcul de $p(A_n)$.

© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

Compétences évaluées

- **Compétences TICE**
  - Simuler à l'aide d'un tableur les résultats d'une expérience aléatoire ;
  - Obtenir les termes d'une suite à l'aide d'une feuille de calcul.
- **Compétences mathématiques**
  - Calculer des probabilités à l'aide de lois usuelles.

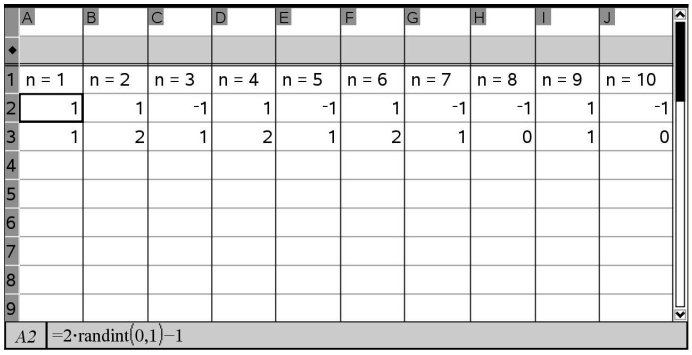
2. Corrigé

1) Ouvrir une page **Tableurs & listes**.

Pour plus de clarté, les deux premiers écrans donnés décrivent en détails une simulation donnant les dix tirages successifs de Pile (+ 1) ou Face (- 1) et les dix termes de la suite. Le premier terme S_0 étant toujours égal à 0 ne sera jamais écrit.

La première ligne donne les valeurs de *n*, à écrire entre guillemets : « n = 1 » par exemple.

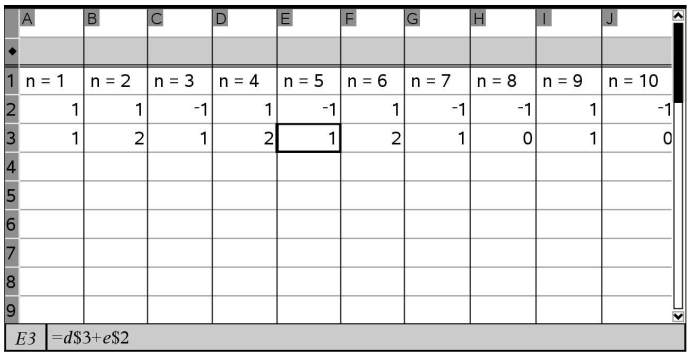
Dans la cellule **A2**, écrire la formule ci-contre et la recopier vers la droite jusqu'en cellule **J2**.



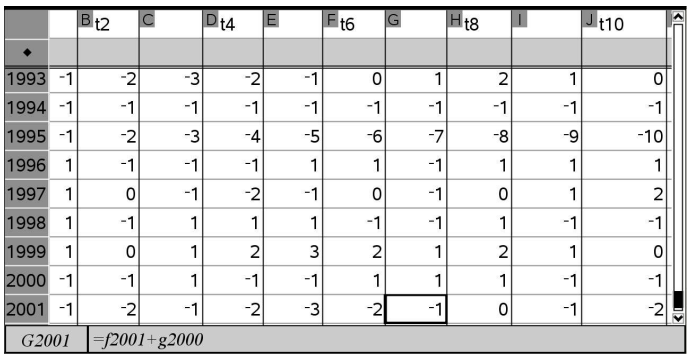
Dans la cellule **A3**, recopier la cellule **A2** par **= A2** puis en cellule **B3**, écrire la formule **= A$3 + B$2** et la recopier vers la droite jusqu'en cellule **J3**.

Pour voir une autre simulation taper **ctrl R**

Sélectionner les trois lignes ainsi établies et faire **ctrl C**.



L'expérience précédente doit être faite 1000 fois.
Ouvrir une nouvelle page **Tableurs et listes** et taper **ctrl V**.
Sélectionner ensuite les lignes 2 et 3, se positionner sur le coin droit en bas de la sélection et descendre jusqu'à la ligne 2001. Les lignes de numéro pair donnent les tirages et celles de numéro impair les termes de la suite.
Les 1000 expériences s'inscrivent dans le tableur.
Remarquer que la valeur 0 n'apparaît jamais dans les colonnes correspondant à n impair.
Nommer **t2, t4, t6, t8 et t10** les colonnes correspondant à *n*=2, *n*=4, *n*=6, *n*=8 et *n*=10.



© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

2) a) L'instruction **countif(liste, valeur)** permet de compter dans la liste précisée le nombre d'éléments ayant la valeur donnée.
Utiliser cette instruction pour compter les 0 dans les listes **t2, t4, t6, t8 et t10**. Collecter ces résultats dans les cellules **l2, l3, l4, l5 et l6** en écrivant la formule ci-contre.
Pour plus de lisibilité, écrire en cellules **k2, …** les intitulés « **f2 =** », ….
b)Taper **ctrl R** afin de refaire les 5 simulations demandées permettant de remplir le tableau.

	D t4	E	F t6	G	H t8	I	J t10	K	L	M
1	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10			
2	1	1	-1	1	1	1	1	f2 =	501	
3	4	5	4	5	6	7	8	f4 =	388	
4	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	f6 =	295	
5	0	1	2	1	0	-1	-2	f8 =	290	
6	-1	1	1	-1	1	-1	-1	f10 =	261	
7	-2	-1	0	-1	0	-1	-2			
8	1	-1	-1	-1	1	1	-1			
9	0	-1	-2	-3	-2	-1	-2			

L3 =countif('t4,0)

3) Calcul des probabilités ci-contre.

$$\frac{\mathrm{nCr}\left(n,\frac{n}{2}\right)}{2^n}\,|\,n=\{2,4,6,8,10\} \qquad \left\{\frac{1}{2},\frac{3}{8},\frac{5}{16},\frac{35}{128},\frac{63}{256}\right\}$$

© $p(A2)=\frac{1}{2}$; $p(A4)=\frac{3}{8}$; $p(A6)=\frac{5}{16}$

4) Expression de *p(An)* en fonction de *n* ci-contre.

© $p(An)=0$ si n est impair, $p(An)=\frac{\left[\frac{n}{2}\right]}{2^n}$ si n est pair.

3/99

Tous les écrans de ce document sont des écrans sont obtenus à partir de l'ordinateur en « vue présentation »

© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée