

TP : UTILISATION DU TABLEAU DE LA TI-*nspire*.

On considère les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) définies par :

$$\begin{cases} a_0 = 2 \\ a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n} \end{cases} \quad \begin{cases} b_0 = 2 \\ b_{n+1} = \sqrt{b_n + 1} \end{cases} \quad \begin{cases} c_0 = 2 \\ c_{n+1} = \frac{c_n^2 + 1}{2c_n - 1} \end{cases}$$

1 OBSERVATION DE LA CONVERGENCE À L'AIDE DU TABLEUR

1. Etude du comportement de la suite (a_n) lorsque n devient très grand à l'aide de l'application « tableur&liste »

Créer dans un classeur vierge en appuyant sur la touche accueil  puis sélectionner l'application **tableur&liste**.

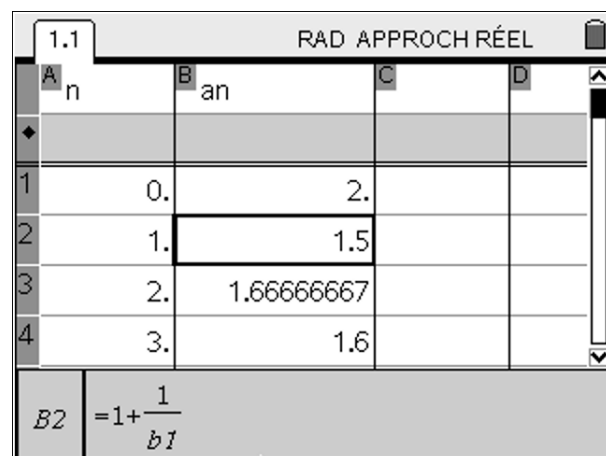
Nommer les colonnes A et B en entrant respectivement n et a_n sur la 1^{ère} ligne du tableur (voir écran)

Dans la cellule A1, entrer la valeur 0 ; dans la cellule A2 entrer la formule $=a1+1$

Dans la cellule B1, entrer la valeur 2 ; dans la cellule B2 entrer la formule $= 1+1/b1$

Sélectionner les cellules A2 et B2 en se plaçant sur A2 puis en appuyant sur  et en se déplaçant sur B2 en maintenant cette touche enfoncée.

Dans , sélectionner **données** puis **Saisie rapide** et se déplacer vers le bas jusqu'à la ligne 30 et valider à l'aide de 



	A	B	C	D
	n	a _n		
1	0.	2.		
2	1.	1.5		
3	2.	1.66666667		
4	3.	1.6		

Formula bar: B2 = 1 + 1/b1

On souhaite avoir dans ce classeur des valeurs approchées à 10^{-9} près :

Pour cela taper sur la touche accueil , sélectionner **infos système** puis **Réglages du classeur**, sur la ligne **Afficher chiffres** valider l'option **Flottant9**.

Puis descendre sur la ligne **Automatique et approché** en utilisant par exemple la touche  et valider l'option **approché** et valider le choix par **OK**.

Après avoir sélectionné une cellule de la colonne B, aller dans le menu, sélectionner **actions** puis **redimensionner** et agrandir la colonne à l'aide de la flèche droite, valider avec la touche  et quitter à l'aide de la touche .

Vérifier que les huit décimales se stabilisent vers la valeur **1,618 033 99** lorsque le rang n est assez grand. Quelle est le plus petit entier n_1 pour laquelle on obtient cette valeur ?

Réponse :

Visa du professeur :

Remarque : On peut ainsi conjecturer que cette suite **converge** vers un réel dont une valeur approchée est 1,618 033 988 749 89 .

Ce réel, noté Φ est appelé **nombre d'or** et on montre que $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

2. Etude des suites (b_n) et (c_n) .

En utilisant les colonnes C et D du tableur, faire apparaître les premiers termes successifs des suites (b_n) et (c_n) . Vérifier alors, pour ces deux suites, que les huit décimales se stabilisent également vers la valeur **1,618 033 9**

Quel est, pour la suite (b_n) , le plus petit entier n_2 pour laquelle on obtient cette valeur ?

Réponse : $n_2 = \dots\dots\dots$

Quel est, pour la suite (c_n) , le plus petit entier n_3 pour laquelle on obtient cette valeur ?

Réponse : $n_3 = \dots\dots\dots$

Visa du professeur :

II OBSERVATION DES ÉCARTS À LA VALEUR LIMITE Φ .

On se propose de déterminer, pour chacune des trois suites, l'indice du premier terme qui approche à moins de 10^{-12} la valeur de Φ .

Il faut tout d'abord ouvrir une nouvelle page de tableur en appuyant sur la touche accueil  puis sélectionner l'application **tableur&liste**.

Une nouvelle page s'ouvre dans le même classeur (la page 2)

Pour passer d'une page à l'autre dans le classeur, appuyer sur  flèche droite ou gauche.

Pour visualiser l'ensemble des pages, appuyer sur  flèche du haut.

Dans cet écran on peut changer de pages à l'aide des flèches droite ou gauche.

Pour revenir à la page sélectionnée, appuyer sur  flèche du bas.

1. Suite (a_n) :

Dans la colonne A de la page 2, reporter les valeurs de la colonne A page 1.

Pour cela, entrer **n** comme titre de la colonne A.

1.1	1.2	1.3	1.4	RAD	APPRX	REE
A	B	dan	C	D	E	
$\bullet = 'n$	$=abs(an-fi)$					
1	0.	.381966011	non	1.6...		
2	1.	.118033989	non			
3	2.	.048632678	non			
4	3.	.018033989	non			
5	4.	.006966011	non			
D1 fi := $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$						

Dans D1, définir la variable fi permettant de calculer le nombre d'or $fi := \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

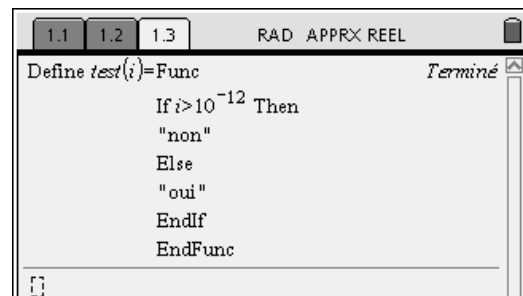
Dans la colonne B, entrer dans la case en dessous de B la formule pour calculer $|a_n - \Phi|$ qui s'écrit $= abs(an - fi)$ (vous pouvez trouver la valeur absolue dans le catalogue en appuyant sur la touche )

Il faut ouvrir une nouvelle page en appuyant sur la touche accueil  puis sélectionner l'application **calculs** pour définir une fonction qui permettra de tester si la condition requise est vérifiée.

On utilise  **Fonctions & Programmes | Nouveau et choisir Fonction.**

Après l'écriture du programme, ne pas oublier de l'enregistrer en appuyant sur  **Vérifier la syntaxe et enregistrer**

On se sert de cette fonction pour vérifier si l'écart entre Φ et une valeur a_n donnée est supérieur ou inférieur à 10^{-12} : il suffit de rentrer dans la cellule C2 la formule : $= test(b1)$ et d'étendre celle-ci vers le bas.



```

Define test(i)=Func
    If i>10-12 Then
        "non"
    Else
        "oui"
    EndIf
EndFunc
    
```

Visa du professeur :

2. Suites (b_n) et (c_n) :

Même travail dans 2 autres pages en se rappelant que toutes les variables et les fonctions définies auparavant dans le classeur peuvent être utilisées.

Visa du professeur :

Vous pouvez enregistrer votre classeur en le nommant par exemple : « 1 nombre d'or »

III Pour les rapides

Réaliser le même travail que dans les questions **I** et **II** précédentes, avec trois suites (a_n) , (b_n) et (c_n) dont le premier terme est égal à 1 et définies, par les formules suivantes :

Pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = \frac{1}{4}(-a_n^2 + 4a_n + 2)$; $b_{n+1} = \frac{b_n}{3} + \frac{4}{3b_n}$; $c_{n+1} = \frac{1}{2}\left(c_n + \frac{2}{c_n}\right)$.

On peut conjecturer que les trois suites convergent vers une limite commune (dont il n'est pas difficile de reconnaître la valeur exacte).