

F11 – CALCULATRICE ET SURPRISES GRAPHIQUES

TI-82 Stats – TI-83 Plus – TI-84 Plus

Mots-clés : représentation graphique d'une fonction, fenêtre graphique, lecture graphique, nombre décimal, nombre réel, fonction sinus, fonction cosinus, période, pixel.

1. Objectifs

Savoir observer une représentation graphique, comprendre ses anomalies apparentes et choisir la bonne fenêtre de représentation.

2. Énoncé

Voir fiche élève.

3. Résolution

Toute cette fiche repose sur le fait que l'écran de la calculatrice est constitué de 95 colonnes de pixels. En **MODE Connected**, quand on a $X_{\text{res}} = 1$, la calculatrice calcule les coordonnées de 95 points et les relie. Quand $X_{\text{res}} = 2$, la calculatrice calcule les coordonnées de 48 points et les relie.

1) a) Voir la fiche élève pour les écrans.

- Dans l'écran 1, X_{min} vaut -10 et X_{max} vaut 10 , et la calculatrice doit prendre 95 valeurs régulièrement réparties dans cet intervalle. On appuie sur la touche **TRACE** : on commence par avoir les coordonnées du point situé sur la colonne du milieu ($X = 0, Y = -1$).

Si on déplace le curseur vers la droite à l'aide des flèches de direction, on obtient les coordonnées des points suivants utilisés par la calculatrice pour représenter la fonction.

On regarde ce qui se passe près de $X = 1$.

On a d'abord $X = 0,85\dots$ qui donne $Y = -12,42\dots$, puis $X = 1,06\dots$ qui donne $Y = 32,33\dots$

Si on relie ces deux points, on a une droite de très grand coefficient directeur, d'où l'impression de droite verticale et, dans cette fenêtre, le cas $X = 1$ a échappé à la calculatrice.

- Dans l'écran 2, X_{min} vaut $-4,7$ et X_{max} vaut $4,7$. La calculatrice calcule les coordonnées de tous les points dont les abscisses sont des décimaux, à un chiffre après la virgule, compris entre $-4,7$ et $4,7$. On appuie sur la touche **TRACE** : on commence par avoir les coordonnées du point situé sur la colonne du milieu ($X = 0, Y = -1$).

Si on déplace le curseur vers la droite à l'aide des flèches de direction, on obtient les coordonnées des points d'abscisse : $0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; \dots 0,9$; et pour $x = 1$, la calculatrice ne peut calculer de valeur, aucun point de la colonne de pixels n'est allumé, il n'y a pas de valeur affichée, donc les points d'abscisse $0,9$ et $1,1$ ne seront pas reliés et on aura une représentation correcte.

b) • Quand $X_{\text{res}} = k$, la calculatrice calcule les images des points représentant les colonnes $1 + nk$ (où k est un entier). La 58^e colonne correspond à $X = 1$. Si l'équation $1 + nk = 58$ a une solution, il n'y a pas de barre verticale.

- Quand $X_{\text{res}} = 1$, la calculatrice calcule les coordonnées de 95 valeurs sur l'intervalle $[-4,7 ; 4,7]$, donc de $0,1$ en $0,1$.

- Quand $X_{\text{res}} = 2$, la calculatrice calcule de $0,2$ en $0,2$. Comme elle commence à $-4,7$ elle calculera pour $0,9$ et $1,1$, mais pas pour la valeur 1 (même chose pour $X_{\text{res}} = 4, 5, 6, 7$ ou 8).

- Quand $X_{\text{res}} = 3$, la colonne représentant $X = 1$ est la 58^e. Comme $58 = 3 \times 19 + 1$, le calcul sera fait pour $X = 1$ et on n'aura pas de barre verticale.

2) Dans ces écrans, la colonne du milieu correspond en principe à la valeur a .

Dans l'écran 6, on appuie sur la touche **TRACE** et on voit apparaître $X = .33333333$ et $Y = -4 E 9$.

Si l'on écrit $X - \frac{1}{3}$ dans l'écran de calcul, on n'obtient pas 0 , mais $-3.333 E -10$; du coup la valeur

exclue $\frac{1}{3}$ n'est pas prise en considération par la calculatrice et on aura une barre verticale dans la représentation graphique.

Même chose avec $\sqrt{2}$.

Remarque : pour la représentation graphique, la calculatrice utilise 8 chiffres au maximum pour la valeur de l'abscisse ; cela peut donner huit chiffres décimaux (.3333333) ou moins (1234.3333).

3) a) Dans l'écran 8, comme $X_{\text{res}} = 1$, la calculatrice prend comme valeurs de X toutes les valeurs de $k\pi$ pour k variant de -47 à 47 .

Si k est pair, Y vaut 1, et si k est impair, Y vaut -1 . Ici, pour les abscisses utilisées, Y donne alternativement 1 ou -1 . On comprend l'écran en se rappelant que ces points sont reliés.

Dans l'écran 9, comme $X_{\text{res}} = 2$, on va de deux en deux. Comme on commence avec un nombre impair, on obtient toujours -1 pour Y .

Dans l'écran 10, on a $X_{\text{res}} = 5$. On alterne les nombres pairs et impairs, donc toutes les cinq colonnes, on passe de -1 à 1 ou de 1 à -1 , et là encore, les points obtenus sont reliés.

b) Dans l'écran 9, on part d'un nombre impair de π ; il suffit de partir ici d'un nombre pair de π pour obtenir l'écran 11 : par exemple, $X_{\text{min}} = -46\pi$ et $X_{\text{max}} = 48\pi$.

4) L'écran 12 peut nous faire croire que la représentation graphique se fait sur deux périodes, or c'est sur $\left[-\frac{47}{24}\pi ; \frac{47}{24}\pi\right]$. Le calcul se fait (avec $X_{\text{res}} = 1$) de $\frac{\pi}{24}$ en $\frac{\pi}{24}$.

Dans l'écran 13, pour la colonne du milieu, on a bien $X = 0$ et $Y = 0$.

Pour la colonne suivante, $X = \frac{47}{24}\pi$, ce qui donne $Y = -0,13\dots$

Ensuite, $X = 2 \times \frac{47}{24}\pi$, ce qui donne $Y = -0,25\dots$ et on va ainsi obtenir cette curieuse représentation.

F11 – CALCULATRICE ET SURPRISES GRAPHIQUES

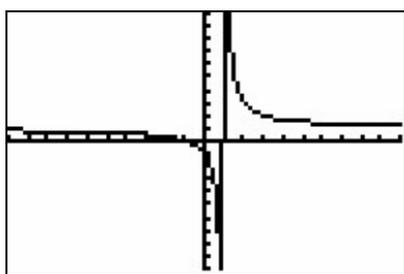
TI-82 Stats – TI-83 Plus – TI-84 Plus

Les quatre parties sont indépendantes.

La machine est placée en **MODE Connected**.

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ et l'on souhaite tracer sa représentation graphique.

a) Expliquer pourquoi on a deux allures différentes – barre verticale ou pas – selon que l'on choisisse la fenêtre **Zstandard** (écran 1) ou **Zdecimal** (écran 2) du menu **ZOOM**.



écran 1

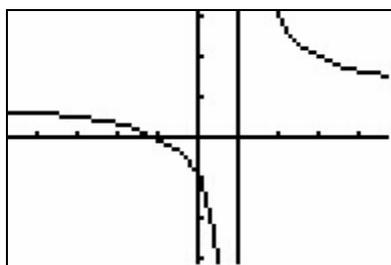


écran 2

b) On reste dans la fenêtre décimale et on prend $X_{\text{res}} = 2$, puis $X_{\text{res}} = 3$ et enfin $X_{\text{res}} = 4$ (l'écran 2 a été obtenu avec $X_{\text{res}} = 1$).

Expliquer pourquoi on a des allures différentes dans les cas suivants :

$X_{\text{res}} = 2$ (écran 3), $X_{\text{res}} = 3$ (écran 4), $X_{\text{res}} = 4$ (écran 5).



écran 3



écran 4

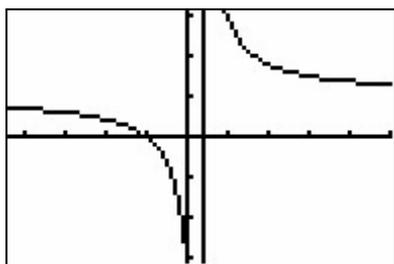


écran 5

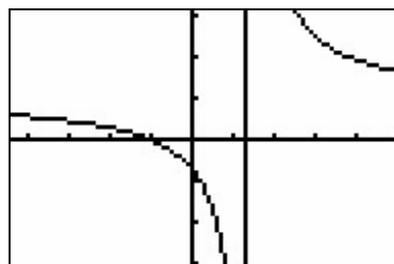
2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{a\}$ par $f(x) = \frac{x+1}{x-a}$, où a est un nombre décimal.

Si l'on souhaite tracer sa représentation graphique sans avoir de barre verticale comme dans l'écran 2, il suffit de prendre $X_{\text{min}} = a - 10$ et $X_{\text{max}} = a + 10$ dans la fenêtre standard, ou prendre $X_{\text{min}} = a - 4,7$ et $X_{\text{max}} = a + 4,7$ dans la fenêtre décimale.

Pourquoi cela ne fonctionne-t-il pas pour $a = \frac{1}{3}$ (écran 6) avec $X_{\text{min}} = \frac{1}{3} - 4,7$ et $X_{\text{max}} = \frac{1}{3} + 4,7$, ou pour $a = \sqrt{2}$ (écran 7) avec $X_{\text{min}} = \sqrt{2} - 4,7$ et $X_{\text{max}} = \sqrt{2} + 4,7$?



écran 6



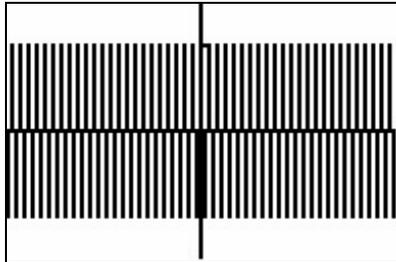
écran 7

3) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos(x)$.

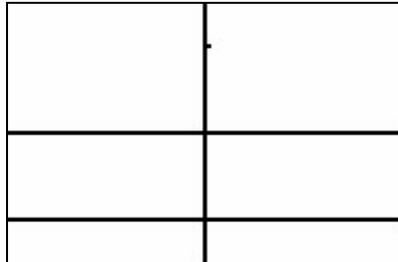
On travaille en radians et en **MODE Connected** et on choisit $X_{\min} = -47\pi$, $X_{\max} = 47\pi$, $X_{\text{scl}} = 0$, $Y_{\min} = -1,5$, $Y_{\max} = 1,5$ et $Y_{\text{scl}} = 1$.

a) On représente la fonction g sur l'intervalle $[-47\pi ; 47\pi]$.

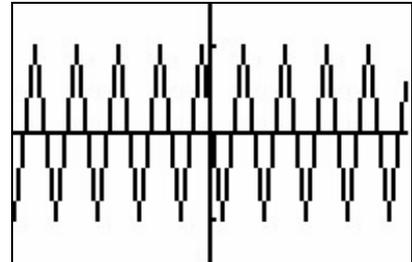
Expliquer pourquoi on obtient les représentations suivantes avec $X_{\text{res}} = 1$ (écran 8), $X_{\text{res}} = 2$ (écran 9) et $X_{\text{res}} = 5$ (écran 10).



écran 8

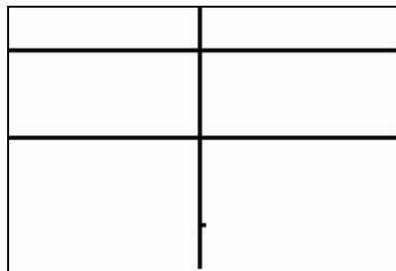


écran 9



écran 10

b) Trouver une modification de X_{\min} et de X_{\max} de l'écran 9 pour que l'on ait la représentation suivante :

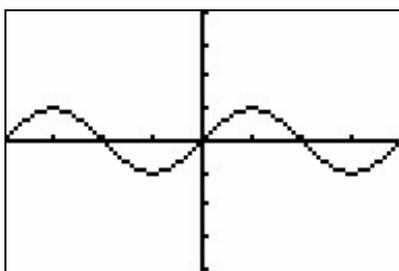


écran 11

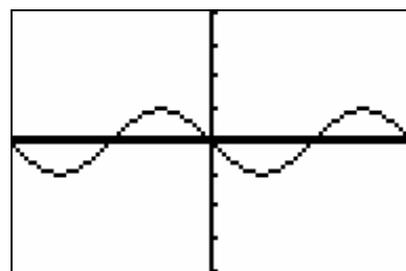
4) Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \sin(x)$ (où x est exprimé en radians).

Si on choisit de la représenter dans la fenêtre adaptée aux fonctions trigonométriques (**ZTrig** de **ZOOM**), on obtient la représentation sur deux périodes (écran 12).

Si on multiplie X_{\min} et X_{\max} par 47 dans la fenêtre **Ztrig**, tout en gardant $X_{\text{res}} = 1$, on obtient l'écran 13. Justifier la représentation de l'écran 13.



écran 12



écran 13