Las funciones cuadráticas y sus soluciones
Guía del profesor

Contenidos:

Intersección de la parábola con el eje *X*.

Aprendizajes Esperados

Se espera que los estudiantes:

- Deduzcan procedimientos gráfico-analíticos para determinar la(s) solución(es) de ecuaciones cuadráticas
- Interpreten y signifiquen las soluciones de la ecuación cuadrática en el gráfico de la función.

Objetivo:

Se espera que los estudiantes:

- Reconozcan las coordenadas de la intersección de una parábola con el eje *X* como las raíces o soluciones de la ecuación cuadrática que la representa.

Materiales:

- Calculadoras TI – 84
- TI – Navigator
- Taller correspondiente para cada estudiante

Tiempo estimado: 90 minutos

Descripción de la Actividad:

Esta actividad esta compuesta por dos sub-actividades.

La primera de ellas, enfocada a relacionar la solución o raíces de una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$ con los intersectos de la función cuadrática del tipo $y = x^2 + bx + c$ con $b, c \in IR$ en el eje *X*.

La segunda actividad, está enfocada al mismo objetivo anterior. No obstante, es trabajada desde un punto de vista complementario: la factorización como método de solución de la ecuación cuadrática.

Actividad 1: ***¿Qué es la solución de una ecuación cuadrática?***

Descripción de la clase:

En esta actividad, se considerará la función cuadrática definida de la forma $y = x^2 + bx + c$ con $b, c \in IR$.

Para comenzar, los estudiantes deben elegir los dos valores aleatorios para *b* y *c* y anotar la función cuadrática resultante. De esta manera, existirá una multiplicidad de funciones y con ello, se conseguirá que cada estudiante haga aportes independientes entre sí.

Posteriormente, deberán obtener las soluciones de la ecuación cuadrática resultante de igualar la función a cero. Cabe señalar que las indicaciones deben ser sólo enfocadas a resolver la ecuación, sin dar mayor argumento alguno. Para esto, se espera que los estudiantes resuelvan por dos caminos:

- A través de la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas dada por $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- A través del uso de la calculadora.

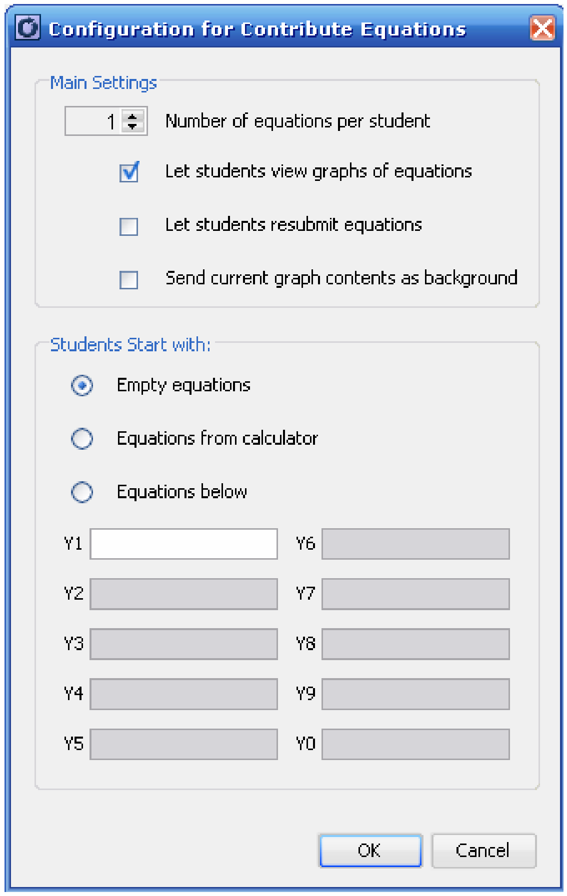
De lo anterior, se pueden presentar 3 opciones:

- La ecuación tenga dos soluciones distintas entre sí
- La ecuación tenga una única solución
- La ecuación no tenga soluciones en *IR*

En cada uno de los casos anteriores, se solicitará a los estudiantes que escriban el conjunto solución de la ecuación y que posteriormente observaremos el argumento que sustenta sus resultados.

Una vez que esto ya esté listo, comenzará el uso del TI – Navigator. En él, se les solicitará a los estudiantes que envíen tanto su función cuadrática como las soluciones que de la ecuación asociada encontraron. No obstante, este envío no será simultáneo, sino en el siguiente orden:

Inicialmente contribuirán con ecuaciones, y se debe configurar bajo los siguientes parámetros:



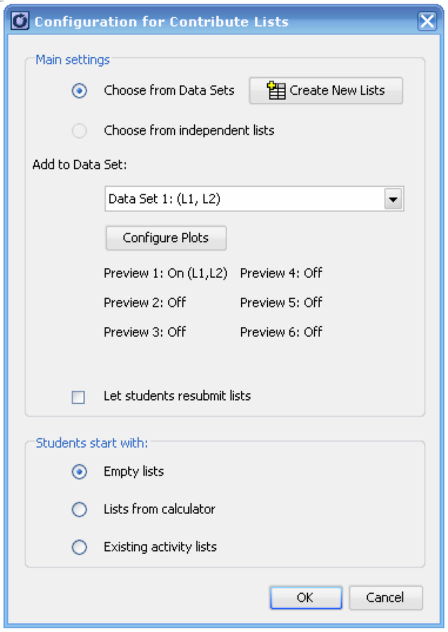
Una vez listo, se dará inicio a la actividad:

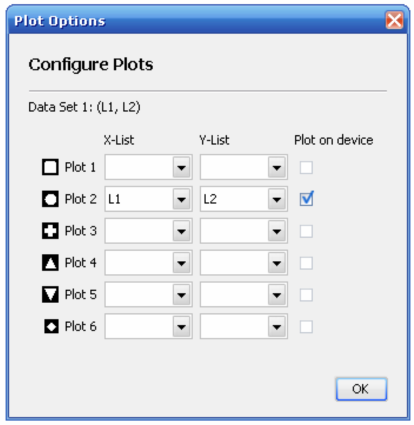
Visualizar: Gráfico y Ecuación

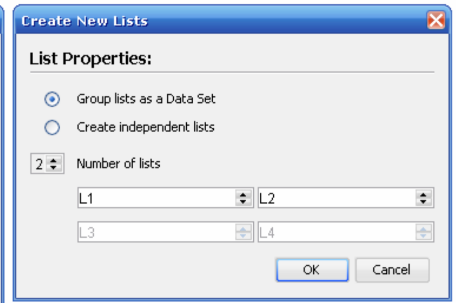
Los estudiantes deben enviar la ecuación que han registrado mediante la elección de los parámetros *b* y *c*.

Antes de que envíen las soluciones de la ecuación, se puede hacer una pregunta de predicción con respecto a tales soluciones con respecto a la representación gráfica de la función enviada.

Luego, los estudiantes contribuirán con lista, configurándose bajo los siguientes parámetros:







Luego, dar inicio a la actividad (sin borrar los datos anteriores):

Visualizar: Lista y Gráfico

Los estudiantes enviarán las soluciones obtenidas al resolver la ecuación $x^2 + bx + c = 0$. No obstante, el envío de las soluciones deben tener la forma de coordenada $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$

Si los estudiantes lograron conjeturar en la pregunta anterior, es momento entonces de verificar sus resultados. En caso contrario, deben focalizar su estudio en la relación de la(s) solución(es) de la ecuación con respecto a la función cuadrática enviada.

En el caso de que algún estudiante haya seleccionado valores de *b* y *c* tales que el discriminante de la función sea menor que cero es importante destacarlo por sobre los demás, poniendo énfasis a la representación gráfica de su función, ya que se podrá observar que no existiría intersección entre ella y el eje *X*.

Se sugiere comenzar a destacar una función en particular y las coordenadas solución que haya enviado el mismo estudiante a modo de que visualicen el significado y las relaciones de tales elementos.

Posteriormente, continuar con preguntas del tipo:

- Cuando resolvemos una ecuación cuadrática, ¿que significado gráfico tienen tales soluciones?
- ¿De qué manera podemos representar aquellas ecuaciones cuadráticas que poseen dos, una o ninguna solución real?

A modo de verificar tales conjeturas, se les solicitará que envíen al TI – Navigator las coordenadas correspondientes a la intersección de la parábola de ecuación $y = x^2 + 6x + 8$ con el eje X .

Para finalizar esta primera actividad, el profesor deberá institucionalizar y formalizar los conocimientos alcanzados por los estudiantes en esta primera fase, es decir, relacionar la(s) solución(es) de una ecuación cuadrática como los interceptos de la función asociada con el eje *X*.

Actividad 2: ***Más sobre la intersección con los ejes.***

Descripción de la actividad.

Análogamente a la actividad anterior, los estudiantes trabajarán la función cuadrática definida de la forma $y = (x + a)(x + b)$ seleccionando valores para $a, b \in IR$.

La descripción del trabajo es similar a la actividad 1.

Una vez finalizado el taller, los estudiantes pueden continuar trabajando con el desafío planteado. Este consiste en determinar cuántas parábolas pasan dados dos puntos correspondientes a los interceptos con el eje *X*. Para esto, se recomienda que continúe trabajando con la calculadora TI 84 – Plus.

De esta manera, se pretende que extienda sus conocimientos y que determine que dada la condición anterior, se pueden describir infinitas parábolas que pasen por tales coordenadas.

De la misma forma, se puede sugerir preguntas del tipo: ¿Cuál es la información mínima necesaria que nos permitirá determinar una única parábola?